

Л.С. Файнзильберг

Частотно-избирательная фильтрация в информационных технологиях обработки сигналов

Рассмотрен подход к построению цифровых фильтров частотных помех, основанный на прямом и обратном дискретном преобразовании Фурье. Отличительной особенностью предлагаемого алгоритма является применение процедуры контрастирования спектра гармонической помехи. Приведены результаты тестирования алгоритма на реальных и модельных примерах.

An approach to construction of digital frequency filters of harmonic noise based on direct and inverse discrete Fourier transformation is considered. A distinctive feature of the suggested algorithm consists in application of a procedure of contrasting a harmonic noise spectrum. Results of testing of the algorithm using real and model examples are given.

Розглянуто підхід до побудови цифрових фільтрів частотних завад, який використовує пряме та зворотне дискретне перетворення Фур'є. Особливістю запропонованого алгоритму є використання процедури контрастування спектру гармонічної завади. Наведено результати тестування алгоритму на реальних та модельних прикладах.

Введение. Предварительная обработка данных является одной из актуальных задач, возникающих при построении информационных технологий обработки сигналов различной физической природы [1]. В первую очередь эта задача связана с выделением полезного сигнала на фоне помех: требуется по сигналу $y[n] = f(x[n], \varepsilon[n])$, наблюдаемому в дискретные моменты времени $n = 1, \dots, N$, отделить полезный сигнал $x[n]$ от искажающей его помехи $\varepsilon[n]$.

Понятно, что такая задача имеет решение только в том случае, когда априори известна функция $f(\cdot)$ либо сделаны обоснованные допущения о ней. Довольно часто предполагается, что помеха аддитивна, т.е. $y[n] = x[n] + \varepsilon[n]$ [2]. Но даже при таких предположениях отделение полезного сигнала от помехи возможно, если имеются различия в их характеристиках (частотных, вероятностных и т.п.).

В тех случаях, когда модель полезного сигнала $x[n]$ может быть описана небольшим числом параметров, решение задачи сводится к оценке этих параметров по наблюдаемой реализации. Такой подход применим при обработке зашумленных сигналов, порождаемых

в процессе функционирования достаточно простых технических систем.

В то же время часто модель полезного сигнала либо неизвестна, либо достаточно сложна, чтобы можно было свести задачу отделения полезного сигнала от помехи к оценке небольшого числа параметров. Такая ситуация характерна для обработки электрокардиограмм [3], магнитокардиограмм [4], термограмм кристаллизации металла [5] и других сигналов сложной структуры, порожденных живой природой, а не технической системой.

При этом не остается ничего иного, как ввести адекватные предположения о модели помехи и строить фильтры, обеспечивающие максимально возможное удаление помехи при минимальных искажениях полезного сигнала.

В настоящей статье исследуется один из возможных подходов к решению задачи фильтрации частотных помех, основанный на прямым и обратным дискретным преобразованиям Фурье (ДПФ).

Постановка задачи

Пусть на вход системы предварительной обработки данных поступает сигнал $y[n]$, который измерен в дискретные моменты времени $n = 1, 2, \dots, N$ и содержит информацию о полезном сигнале $x[n]$, зашумленном аддитивной помехой $\varepsilon[n]$:

Ключевые слова: цифровой фильтр, частотная помеха, гармоника.

$$y[n] = x[n] + \varepsilon[n]. \quad (1)$$

Будем полагать, что помеха ε имеет частотную природу и может быть представлена суммой стационарных гармонических колебаний

$$\varepsilon[n] = \sum_{i=1}^M a_i \sin(2\pi f_i n + \varphi_i) \quad (2)$$

с априори известными частотами f_i , неизвестными амплитудами a_i и фазами φ_i .

Традиционно для цифровой фильтрации таких сигналов используют различные фильтры с бесконечной или конечной импульсной характеристикой, в частности, широко известный фильтр Баттерворта [6, 7]. Основным их преимуществом является возможность обработки сигнала в реальном масштабе времени по мере поступления очередного дискретного отсчета $y[n]$.

В то же время всем таким фильтрам присущи следующие недостатки. Во-первых, они позволяют устойчиво фильтровать сигнал лишь после определенного промежутка времени, зависящего от параметров настройки фильтра, в частности, от его порядка. Во-вторых, даже при оптимальной настройке таких фильтров не удается реализовать «идеальную» амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), обеспечивающую полное подавление частот в полосе заграждения без искажения сигнала в полосе пропускания. Реально эти фильтры позволяют лишь аппроксимировать «идеальную» АЧХ прямоугольной формы с некоторой степенью точности. Особые трудности синтеза таких фильтров вызывают практически важные случаи, когда требуется обеспечить узкополосную режекцию сигнала (меньше 0,1% частоты дискретизации).

Именно поэтому в данной статье исследуется альтернативный подход к решению задачи цифровой фильтрации, основанный на прямом и обратном дискретном преобразовании Фурье. Такой подход позволяет не только заграждать частоты в области 0–0,6 Гц, как это делается в [4], а реализовать частотный фильтр с заданными полосами пропускания и заграждения во всем диапазоне от 0 до частоты

Найквиста с практически «идеальной» АЧХ прямоугольной формы. Более того, при определенных модификациях обеспечивается возможность подавления отдельных фиксированных гармоник, что особенно важно при решении ряда практических задач, когда гармоническая помеха находится в области информативных частот полезного сигнала.

Алгоритм частотно-избирательной фильтрации

Рассматриваемый подход основан на использовании алгоритмов прямого (FFT) и обратного ($IFFT$) ДПФ, описанных в [8, 9]. Известно [10], что эти алгоритмы взаимно обратимы (с точностью до малых погрешностей округления), т.е. для любого вектора \mathbf{Z} справедливо равенство

$$IFFT(FFT(\mathbf{Z})) = \mathbf{Z}. \quad (3)$$

Отсюда, казалось бы, следует, что если в векторе, полученном после прямого ДПФ, провести обнуление элементов, соответствующих требуемым полосам режекции, то после обратного ДПФ будет получен отфильтрованный сигнал.

Вместе с тем оказывается, что такой достаточно простой прием эффективен лишь тогда, когда частоты помехи кратны первой гармонике разложения Фурье, поскольку только в этом частном случае спектр гармонической помехи, построенный на основании прямого ДПФ, будет адекватен реальному спектру помехи. Если же это условие не выполняется, то спектр гармонической помехи будет «распределяться» на целый ряд смежных гармоник.

Для иллюстрации этого эффекта рассмотрим спектры двух гармонических сигналов

$$z_1[n] = \sin(2\pi f_1 n) \text{ и } z_2[n] = \sin(2\pi f_2 n) \quad (4)$$

с частотами $f_1=16,5$ Гц и $f_2=16,5165432768543$ Гц. Заметим, что частоты сигналов практически совпадают.

На рис. 1 показаны фрагменты спектров этих сигналов, построенные на основании прямого ДПФ по $N=30000$ отсчетам при частоте дискретизации 1000 Гц. Как видно, только в первом случае, когда частота сигнала

совпала с одной из частот разложения Фурье, построенный спектр адекватен реальному сигналу (рис. 1,а).

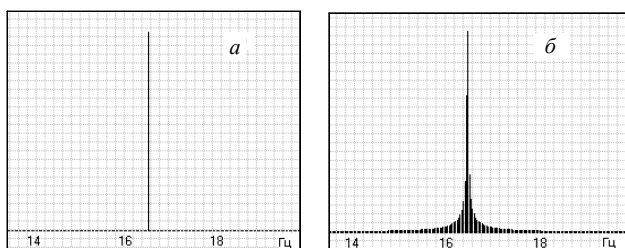


Рис. 1. Спектры гармонических сигналов z_1 и z_2 : а) f_1 — кратная частота; б) f_2 — не кратная частота

Однако на практике такое совпадение является скорее редким исключением, чем правилом. Отсюда следует, что если в общем случае для фильтрации гармонической помехи обнулять все гармоники, на которые распределена нагрузка помехи, то это может затронуть гармоники, несущие информацию о полезном сигнале, и тогда после обратного преобразования Фурье полезный сигнал будет существенно искажен.

Для устранения отмеченного недостатка предлагается модифицированный алгоритм частотно-избирательной фильтрации (ЧИФ) (рис. 2).



Рис. 2. Блок-схема модифицированного алгоритма ЧИФ

В отличие от тривиального, этот алгоритм предусматривает процедуру модификации массива данных, поступающих на вход прямого ДПФ, которая обеспечивает эффект «контрастирования» спектра гармонической помехи.

После применения такой процедуры обнуление (либо снижение амплитуды) гармоник в области режекции и последующее обратное преобразование Фурье приводит к эффективному удалению помехи без заметных искажений полезного сигнала.

Результаты экспериментальных исследований

Для оценки эффективности разработанного алгоритма проводились эксперименты на модельных и реальных сигналах (рис. 3).

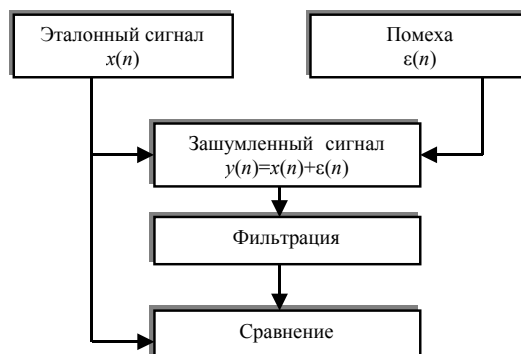


Рис. 3. Схема экспериментов

Эксперимент 1. Заграждение низких частот. Модели эталонного сигнала и помехи представляли собой гармонические сигналы, сгенерированные в $N = 30000$ точках при частоте дискретизации $F = 1000$ Гц. Частота полезного сигнала — $f_x = 16,0123456789$, частота помехи составляла $f_e = 16,5123456789$ Гц. (Заметим, что в данном случае различие частот сигнала и помехи не превышает 0,1% частоты Найквиста.)

На рис. 4 приведен фрагмент спектра суммы данных гармоник до и после применения процедуры контрастирования.

Сравнение фильтрованного и эталонного сигнала (рис. 5) показало, что практически на всей области определения различия в их значениях не превышали 2% диапазона изменения сигналов.

Эксперимент 2. Заграждение высоких частот. В условиях данного эксперимента частота полезного сигнала составляла $f_x = 250,123456789$, а частота помехи — $f_e = 251,123456789$ Гц. Сумма этих сигналов ге-

нерировалась в $N = 30000$ точках при частоте дискретизации $F = 1000$ Гц .

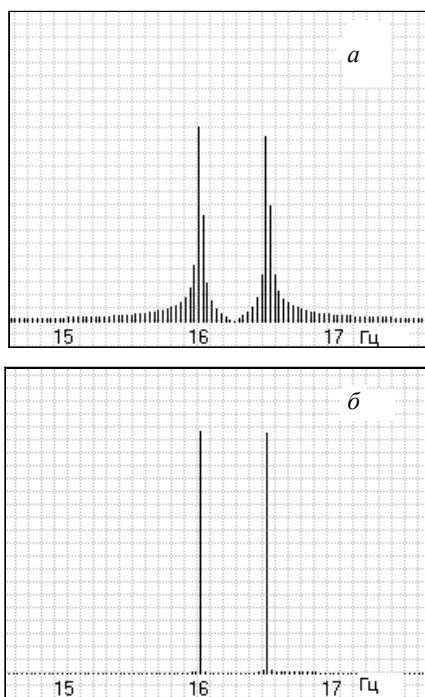


Рис. 4. Спектр сигнала в эксперименте 1: до контрастирования (*a*) и после контрастирования (*б*)

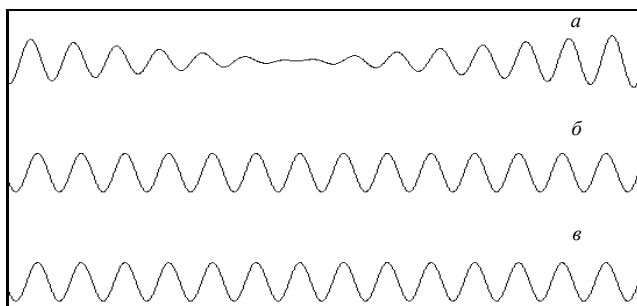


Рис. 5. Результаты эксперимента 1: *a* — зашумленный сигнал, *б* — фильтрованный сигнал, *в* — эталонный сигнал

На рис. 6 приведен фрагмент спектра суммы данных гармоник до (рис. 6,*a*) и после (рис. 6,*б*) применения процедуры контрастирования.

При фильтрации получен практически такой же результат (рис. 7), как и в эксперименте 1.

Эксперимент 3. Выделение полигармонического сигнала на фоне случайной помехи. Полезный сигнал представлял собой сумму трех гармонических колебаний

$$x[n] = 12\sin(2\pi f_1 n) + 7\sin(2\pi f_2 n + 0,3) +$$

$$+ 9\sin(2\pi f_3 n + 0,8)$$

с частотами $f_1 = 15$ Гц , $f_2 = 50$ Гц , $f_3 = 75$ Гц , различными амплитудами и фазами. Сигнал зашумлялся аддитивной случайной помехой, представляющей собой последовательность независимых величин, равномерно распределенных на интервале, равном 10% диапазона изменения сигнала $x[n]$. Сигнал генерировался в $N = 30000$ точках при частоте дискретизации $F = 1000$ Гц .

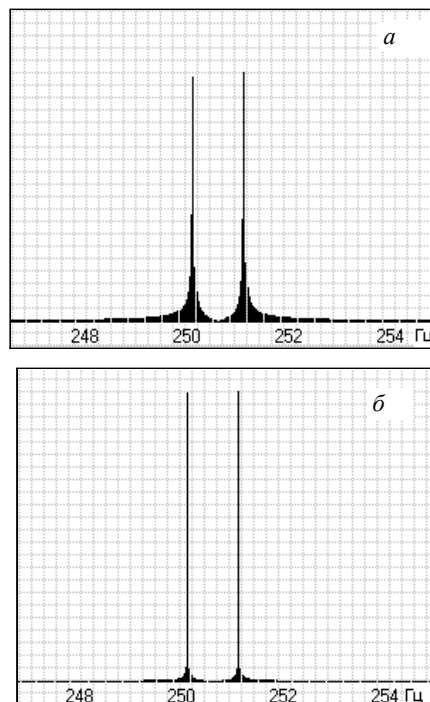


Рис. 6. Спектр сигнала в эксперименте 2: *a* — до контрастирования, *б* — после контрастирования

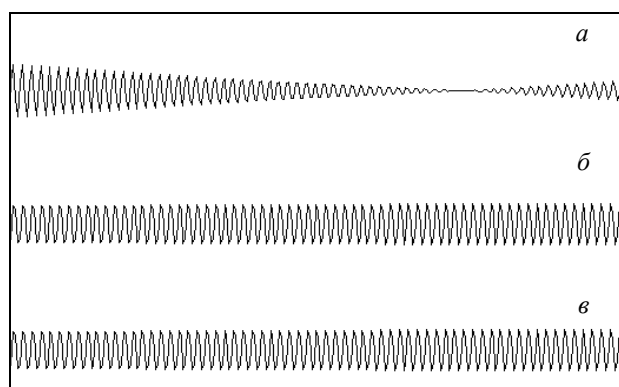


Рис. 7. Результаты эксперимента 2: *a* — зашумленный сигнал, *б* — фильтрованный сигнал, *в* — эталонный сигнал

Как видно из рис. 8, на котором представлены результаты фильтрации, и в данном случае удалось достаточно эффективно восстановить эталонный сигнал.

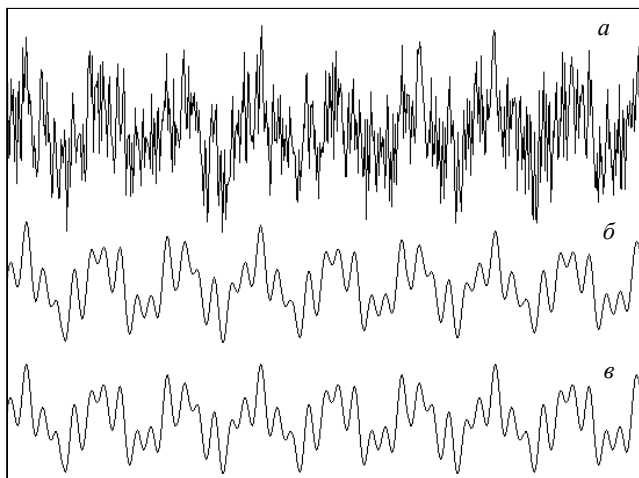


Рис. 8. Результаты эксперимента 3: *а* — зашумленный сигнал, *б* — сигнал после фильтрации, *в* — эталонный сигнал

Эксперимент 4. Фильтрация электрокардиограммы. В качестве эталонного сигнала была использована реальная ЭКГ, зашумленная гармонической помехой в области 16,7 Гц. Такая частота помехи характерна для ряда условий эксплуатации кардиографических систем, но, в отличие от частоты 50 Гц, непосредственно расположена в области информативных частот полезного сигнала.

При эксперименте амплитуда помехи составляла 100% размаха эталонного сигнала. Сумма эталонной ЭКГ и помехи генерировалась в 30000 точек с частотой дискретизации $F = 1000$ Гц.

Сравнивались два способа фильтрации — без контрастирования и с контрастированием спектра помехи (рис. 9).

Как видно из рисунка, контрастирование спектра помехи в процессе фильтрации позволило избавиться от существенных искажений ЭКГ.

Эксперимент 5. Фильтрация магнитокардиограммы. Производилась фильтрация МКГ здорового пациента, которая была зарегистрирована в течение 30 секунд при частоте дискретизации $F = 1000$ Гц с использованием

сверхчувствительного измерителя на основе сверхпроводящего квантового интерферометрического датчика. Измерение производилось в реальных клинических условиях без использования дорогостоящего экранированного помещения. Вследствие этого исходный сигнал был существенно искажен.

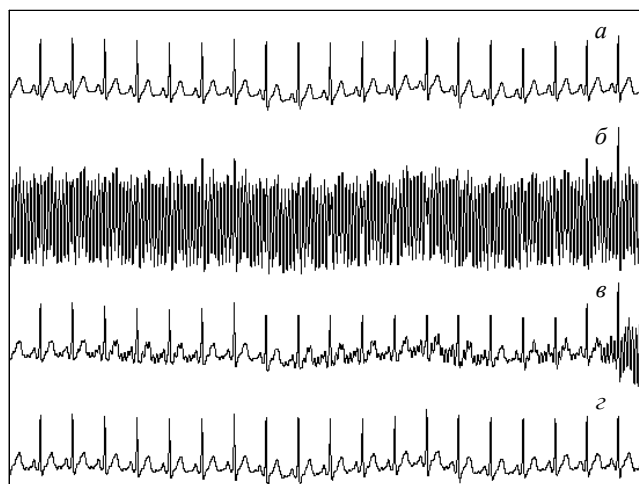


Рис. 9. Результаты эксперимента 4: *а* — эталонная ЭКГ, *б* — зашумленная ЭКГ, *в* — фильтрация без контрастирования спектра, *г* — фильтрации с контрастированием спектра

Фильтрация МКГ проводилась совокупностью цифровых фильтров, построенных на основе ДПФ, в том числе

- фильтра верхних частот с частотой среза 0,6 Гц;
- узкополосных режекторных фильтров на 16,7 Гц и 50 Гц;
- фильтра нижних частот с частотой среза 90 Гц.

Результат фильтрации оценивался визуально по внешнему виду фильтрованной МКГ (ввиду отсутствия эталона этого сигнала). При этом критерием оценки служило наличие на сигнале характерных фрагментов, отражающих работу предсердий и желудочков сердца в виде зубца *P*, комплекса *QRS* и сегмента *ST-T* (рис. 10).

Дальнейшее улучшение качества обработки МКГ в реальной системе обеспечивалось применением специальных алгоритмов адаптивного сглаживания, описание которых выходит за рамки данной статьи.

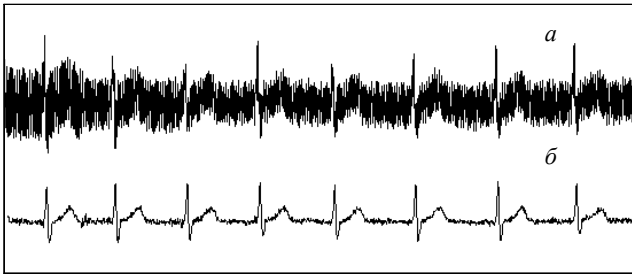


Рис. 10. Результаты эксперимента 5: *а* — реальная МКГ, *б* — фильтрованная МКГ

Заключение. Эксперименты подтвердили эффективность фильтрации гармонических помех на основе прямого и обратного ДПФ на реальных и модельных данных. Метод позволяет реализовать узкополосный заградительный фильтр в диапазоне от 0 до частоты Найквиста. При этом полоса режекции может составлять величину, меньшую 0,1% частоты Найквиста, что существенно при обработке биомедицинских сигналов (например, ЭКГ и МКГ), когда гармоническая помеха располагается в области информативных частот полезного сигнала.

Эксперименты проводились с использованием компьютера *Pentium II* с тактовой частотой 850 МГц и оперативной памятью 256 Мб. При этом время фильтрации реальных ЭКГ и МКГ, зарегистрированных в течение 30 с при частоте дискретизации 1000 Гц, не превышало 0,03 с, что вполне допустимо для практического применения.

Автор выражает благодарность Н.В. Прогонному за участие в программной реализа-

ции алгоритма и обсуждение результатов тестирования.

1. Файнзильберг Л.С. Синтез информационных технологий обработки сигналов // УСиМ. — 1998. — № 2. — С. 40–47.
2. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
3. Файнзильберг Л.С. Информационная технология для диагностики функционального состояния оператора // УСиМ. — 1998. — № 4. — С. 40–45.
4. Примин М.А., Недайвода И.В., Васильев В.Е. Новые алгоритмы обработки магнитокардиосигнала // УСиМ. — 1998. — № 2. — С. 48–62.
5. Скурихин В.И., Файнзильберг Л.С., Потапова Т.П., Шелковый Э.А. Система компьютерной обработки термограмм // УСиМ. — 1990. — № 4. — С. 82–88.
6. Мизин И.А., Матвеев А.А. Цифровые фильтры. — М.: Радио и связь, 1979. — 386 с.
7. Антонью А. Цифровые фильтры: Анализ и проектирование. — М.: Радио и связь, 1983. — 320 с.
8. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Discrete-Time Signal Processing. — Englewood Cliffs (N.J.): Prentice-Hall, 1989. — P. 311–312.
9. Gustafsson F. Determining the initial states in forward-backward filtering // IEEE Trans. on Signal Processing. — April 1996, Volume 44, Issue 4. — P. 988–992.
10. Задиряка В.К., Мельникова С.С. Цифровая обработка сигналов. — К.: Наук. думка, 1993. — 294 с.

Поступила 17.01.2002
Тел. для справок: (044) 411–6904
© Л.С. Файнзильберг, 2002