

УДК 616-07

Л.С. Файнзильберг

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ЦИКЛИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПАРАМЕТРОВ

Введение. Повторяющиеся во времени процессы часто протекают в технических и биологических системах. Такие процессы порождают специфические сигналы, которые в научной литературе принято называть циклическими [1]. Типичные примеры циклических сигналов — электрокардиограммы (ЭКГ), реограммы, сфигмограммы и другие физиологические сигналы сложной формы, отражающие циклический характер работы системы кровообращения живого организма.

В настоящее время разработано множество вычислительных алгоритмов, ориентированных на компьютерную обработку таких сигналов. Однако по оценке специалистов современные цифровые электрокардиографы все еще не обеспечивают требуемую достоверность результатов диагностики. Более того, опытные клиницисты по-прежнему предпочитают визуальную интерпретацию ЭКГ, не полностью доверяя компьютерным алгоритмам, которые из-за сложности реальных сигналов часто приводят к ошибкам еще на стадии распознавания информативных фрагментов [2].

Чаще всего алгоритмы, используемые в цифровых электрокардиографах для определения границ информативных фрагментов и оценки значений диагностических признаков, построены лишь на основе «разумных» эвристик [3], а не формальных методов. А если при решении отдельных задач и используются формальные методы, то в каждом конкретном случае применяется уникальный математический аппарат.

Возникает вопрос: существует ли универсальный подход, позволяющий эффективно решать разные задачи компьютерной обработки циклических сигналов на единых методологических основах?

Цель статьи — предложить обобщенный метод обработки циклических сигналов сложной формы и продемонстрировать его возможности на примере решения задач компьютерной обработки ЭКГ.

Базовые предпосылки. В основе метода лежит известный подход к изучению поведения динамической системы, описываемой конечным набором переменных состояния $\theta_1, \dots, \theta_G$, когда анализ системы проводится в G -мерном фазовом пространстве. В последнее время этот подход получил широкое применение при исследовании сложных биологических систем по сигналам, порождаемым этими системами [4].

Такая возможность вытекает из известной теоремы Флоринса Такенса, в соответствии с которой при определенных предпосылках по наблюдениям одной

© Л.С. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ, 2015

переменной системы можно, не имея информации о других (скрытых) переменных, провести реконструкции ее аттрактора в фазовом пространстве. Суть метода состоит в переходе от последовательности z_1, z_2, z_3, \dots значений сигнала $z(t)$, который с шагом квантования Δ наблюдается в дискретные моменты времени $t_k \equiv k\Delta$, к последовательности G -мерных векторов

$$\bar{Z}_k = (z_k, z_{k-\tau}, z_{k-2\tau}, \dots, z_{k-(G-1)\tau}), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

лежащих на фазовой траектории в G -мерном пространстве, где τ — временная задержка (лаг преобразования), а G — размерность вложения (embedding dimension) [5].

В некоторых случаях для реконструкции аттрактора достаточно ограничиться размерностью вложения $G = 2$. Тогда траектория $z(t)$ отображается на фазовой плоскости с координатами $z(t), z(t - \tau)$. Именно такой метод описывается в подавляющем большинстве публикаций, посвященных анализу фазового портрета ЭКГ [6–9].

В работе [10] впервые была предложена более прогрессивная идея: для построения фазового портрета ЭКГ в явном виде использовать скоростные показатели сердечной деятельности, иными словами, строить фазовый портрет ЭКГ не в координатах $z(t), z(t - \tau)$, а в координатах $z(t), \dot{z}(t)$, где $\dot{z}(t)$ — скорость изменения сигнала в момент времени t . Впоследствии этот подход получил развитие в исследованиях и других авторов [11].

Отображение ЭКГ в координатах $z(t), \dot{z}(t)$ можно пояснить как метод исследования динамической системы, состояние которой описывается двумя дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (2)$$

$$\dot{x}_2 = F(x_1, x_2), \quad (3)$$

где $x_1 = z(t)$ — выходная координата системы, в данном случае — амплитуда ЭКГ, $x_2 = \dot{z}(t)$ — ее первая производная, а $F(x_1, x_2)$ — некоторая нелинейная функция.

Разделив (3) на (2), получим уравнение

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{F(x_1, x_2)}{x_2}, \quad (4)$$

решение которого

$$x_2 = \Psi(x_1) \quad (5)$$

с учетом обозначений $x_1 = z(t)$ и $x_2 = \dot{z}(t)$ можно представить в виде зависимости

$$\dot{z}(t) = \Psi(z(t)), \quad (6)$$

определяющей фазовую траекторию на плоскости $z(t), \dot{z}(t)$.

В том же случае, когда размерность фазового пространства $G > 2$, траекторию (6) можно интерпретировать как проекцию многомерного фазового портрета на плоскость $z(t), \dot{z}(t)$.

Поскольку неизвестны аналитические выражения функций $z(t)$ и $F(\cdot)$, для построения фазовой траектории не остается ничего иного, как использовать наблюдение $z(t)$ и оценивать производную $\dot{z}(t)$ численным методом.

Несмотря на то что диагностическая ценность скоростных показателей ЭКГ уже давно описывалась в работах кардиологов, до последнего времени анализ фазового портрета ЭКГ в координатах $z(t), \dot{z}(t)$ не использовался в клинической прак-

тике. Некоторые авторы даже отрицают саму возможность такого анализа из-за трудностей оценки производной $\dot{z}(t)$ реальных ЭКГ, искаженных помехами [12].

И это не случайно, поскольку оценка производной сигнала $z(t)$ на фоне помехи относится к числу некорректно поставленных математических задач [13], что легко показать на следующем наглядном примере.

Пусть наблюдаемый сигнал

$$z(t) = z_0(t) + h(t) \quad (7)$$

представляет собой сумму полезного сигнала $z_0(t)$ и ограниченной по уровню помехи

$$h(t) = h_0 \sin(\omega t), \quad (8)$$

где $h_0 = \text{const}$, $\omega = \text{const}$.

Из (7) с учетом (8) следует, что

$$|z(t) - z_0(t)| \leq h_0. \quad (9)$$

В соответствии с (7) имеем

$$\dot{z}(t) = \dot{z}_0(t) + \omega h_0 \cos(\omega t). \quad (10)$$

Следовательно,

$$|\dot{z}(t) - \dot{z}_0(t)| \leq \omega h_0. \quad (11)$$

Сравнение (9) и (11) показывает, что при сколь угодно малом отклонении функций $z(t)$ и $z_0(t)$, вызванном ограниченной по уровню аддитивной помехой $|h(t)| \leq h_0$, возможно сколь угодно большое отклонение производных $\dot{z}(t)$ и $\dot{z}_0(t)$, зависящее от частоты ω , что и приводит к некорректности математической постановки задачи оценки $\dot{z}(t)$.

Вместе с тем при использовании оригинальных процедур фильтрации и регуляризации [14, с. 159] удается на основе конечно-разностных аппроксимаций для дискретно заданной функции $z[k]$, $k = 1, \dots, K$, получать приемлемые оценки $\dot{z}[k]$. Этот результат открыл возможность перехода от скалярного представления ЭКГ к последовательности двумерных векторов (точек)

$$(z(t_0), \dot{z}(t_0)), (z(t_1), \dot{z}(t_1)), \dots, (z(t_K), \dot{z}(t_K))), \quad (12)$$

лежащих на фазовой траектории в плоскости $z(t)$, $\dot{z}(t)$, которая в силу цикличности $z(t)$ представляет собой аттрактор в виде предельного цикла.

Эффективность анализа ЭКГ в координатах $z(t)$, $\dot{z}(t)$ при оценке функционального состояния сердечно-сосудистой системы подтверждена многочисленными экспериментами, результаты которых представлены в [15].

Попытаемся теперь обобщить этот положительный опыт и рассмотрим еще один возможный путь отображения циклического сигнала сложной формы в фазовом пространстве.

Пусть сигнал $z(t)$, наблюдаемый в дискретные моменты времени $t_{k_m} \equiv k_m \Delta$, $m = 1, \dots, M$, $k_m = 1, \dots, K_m$, представлен последовательностью отдельных циклов $z_1(k_1)$, $z_2(k_2)$, \dots , $z_M(k_M)$, где Δ — по-прежнему шаг квантования по времени, M — общее число наблюдаемых циклов, а K_m — число дискретных отсчетов m -го цикла*.

* Поскольку циклы имеют разную протяженность, в общем случае числа K_m неодинаковы.

Аппроксимируем каждый цикл $z_m(k_m)$ функцией $\varphi(k_m, \theta_1, \dots, \theta_G)$, заданной с точностью до конечного числа G неизвестных параметров $\theta_1, \dots, \theta_G$, и для определения оптимальных значений этих параметров воспользуемся некоторым критерием, например критерием минимума суммы квадратов отклонений

$$Cr = \sum_{k_m=1}^{K_m} [\varphi(k_m, \theta_1, \dots, \theta_G) - z_m(k_m)]^2 \rightarrow \min. \quad (13)$$

Если при выполнении условия (13) обеспечивается приемлемая (с точки зрения практики) точность аппроксимации, то каждый отдельный цикл $z_m(k_m)$ представляет точка (вектор) $\bar{\theta}_m = (\theta_{1m}, \dots, \theta_{Gm})$ в G -мерном пространстве параметров, а последовательность наблюдаемых циклов $z_1(k_1), z_2(k_2), \dots, z_M(k_M)$ порождает в этом пространстве фазовую траекторию, которая однозначно соответствует наблюдаемому сигналу $z(t)$.

Покажем, что переход от скалярного сигнала $z(t)$ к его отображению в G -мерном фазовом пространстве параметров $\theta_1, \dots, \theta_G$ позволяет на единых методологических принципах решать различные задачи обработки циклических сигналов. Поскольку примеры довольно часто более убедительны, чем общие рассуждения, рассмотрим эти задачи на примере обработки ЭКГ.

Аппроксимация циклов ЭКГ. Известно [16], что цикл ЭКГ представляет собой последовательность информативных фрагментов (зубцов P, Q, R, S, T и сегментов изоэлектрической линии), которые отражают стадии возбуждения участков сердечной мышцы. В работе [17] показано, что циклы ЭКГ различной формы могут быть с приемлемой точностью аппроксимированы суммой несимметричных гауссовых функций

$$\varphi(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} A_i \exp \left\{ -\frac{(t - \mu_i)^2}{2[b_i(t)]^2} \right\} \quad (14)$$

при ограничениях

$$0 \leq t_P^{(1)} < t_P^{(2)} \leq t_Q^{(1)} < t_Q^{(2)} = t_R^{(1)} < t_R^{(2)} = t_S^{(1)} < t_S^{(2)} = t_{ST}^{(1)} \leq t_{ST}^{(2)} \leq t_T^{(1)} < t_T^{(2)} \leq t_0, \quad (15)$$

где t_0 — общая продолжительность цикла (мс), связанная с частотой F_H сердечных сокращений (уд./мин) соотношением

$$t_0 = \frac{60 \cdot 1000}{F_H}, \quad (16)$$

а моменты начала $t_i^{(1)}$ и окончания $t_i^{(2)}$ каждого i -го фрагмента, $i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}$ связаны с параметрами $b_i^{(1)}$, $b_i^{(2)}$ и μ_i следующим образом:

$$t_i^{(1)} = \mu_i - 3b_i^{(1)}, \quad (17)$$

$$t_i^{(2)} = \mu_i + 3b_i^{(2)}. \quad (18)$$

Параметры A_i и μ_i определяют значения амплитуд и моментов времени, когда i -й информативный фрагмент $i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}$ принимает максимальное значение при $A_i > 0$ или минимальное значение при $A_i < 0$, а параметры

$$b_i(t) = \begin{cases} b_i^{(1)} & \forall t \leq \mu_i, \\ b_i^{(2)} & \forall t > \mu_i \end{cases} \quad (19)$$

при $b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}$ позволяют описать несимметричные фрагменты, в том числе несимметричный зубец T , если $b_T^{(1)} \neq b_T^{(2)}$.

Доказано [17], что функция (14) и ее первая производная непрерывны даже при условии $b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}$, когда функция (19) разрывна.

Перейдем к дискретному представлению $z(t)$ и оценим оптимальные значения параметров $A_P, b_P^{(1)}, b_P^{(2)}, \mu_P, \dots, A_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T$, фигурирующих в (14), по условию (13), которое приобретает вид

$$Cr = \sum_{k_m=1}^{K_m} \left[\sum_i A_i \exp \left[-\frac{(k_m - \mu_i)^2}{2[b_i(k_m)]^2} \right] - z_m(k_m) \right]^2 \rightarrow \min, \quad i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}. \quad (20)$$

Поскольку в соответствии с (17) и (18) протяженность каждой i -й гауссовой функции ограничена, будем искать оптимальные значения четырех параметров $A_i, \mu_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)}$ для каждого отдельного i -го фрагмента из условия минимума функционала

$$Cr_i = \sum_{k_m=1}^{K_m} \left[A_i \exp \left[-\frac{(k_m - \mu_i)^2}{2[b_i(k_m)]^2} \right] - z_m(k_m) \right]^2, \quad i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}. \quad (21)$$

Задача облегчается, если предварительно оценить параметр μ_i , используя тот факт, что

$$\mu_i = \arg \max_{1 \leq k_m \leq K_m} |\varphi_i(k_m)|, \quad (22)$$

где

$$\varphi_i(k_m) = A_i \exp \left[-\frac{(k_m - \mu_i)^2}{2[b_i(k_m)]^2} \right],$$

а затем уже оценивать остальные три параметра $A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)}$, полагая μ_i известным.

Поскольку функция $\varphi_i(\cdot)$ нелинейна по параметрам $b_i^{(1)}, b_i^{(2)}$, классический метод наименьших квадратов (МНК) не позволяет аналитически решить эту задачу. Понятно, что к линейности можно прийти искусственно, если при фиксированном μ_i аппроксимировать не значения $z_m(k_m)$ функцией $\varphi_i(k_m, A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)})$, а значения $\ln z_m(k_m)$ функцией $\ln[\varphi_i(k_m, A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)})]$. Однако в этом случае «близость» значений $\varphi_i(k_m, A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)})$ к $z_m(k_m)$ в точках k_m фактически подменяем другим условием

$$\frac{\varphi_i(k_m, A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)})}{z_m(k_m)} \rightarrow 1, \quad (23)$$

что не одно и то же, поскольку во втором случае будут более точно приближаться близкие к нулю значения $z_m(k_m)$ на краях i -го фрагмента за счет небрежного приближения «больших» значений в середине фрагмента.

В то же время такой перекокс легко нейтрализовать, если видоизменить условие оптимальности следующим образом:

$$Cr_i^* = \sum_{k_m=1}^{K_m} \ln^2[z_m(k_m)] [\ln[\varphi_i(k_m, A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)})] - \ln[z_m(k_m)]]^2 \rightarrow \min \quad (24)$$

или, что то же самое,

$$Cr_i^* = \sum_{k_m=1}^{K_m} \ln^2[z_m(k_m)] \left[\ln \left[A_i \exp \left[-\frac{(k_m - \mu_i)^2}{2[b_i(k_m)]^2} \right] - \ln[z_m(k_m)] \right] \right]^2 \rightarrow \min. \quad (25)$$

Если теперь обозначить $s_i = 2[b_i(k_m)]^{-2}$ и сделать замену переменной $l_m = k_m - \mu_i$, то из (25) следует условие оптимальности

$$Cr_i^* = \sum_{k_m=1}^{K_m} \ln^2[z_m(k_m)] [\ln A_i - s_i l_m^2 - \ln[z_m(k_m)]]^2 \rightarrow \min, \quad (26)$$

удовлетворить которое можно уже традиционным МНК, что в конечном итоге позволит найти оптимальные значения параметров $A_i, b_i^{(1)}, b_i^{(2)}$.

В результате каждому циклу одноканальной ЭКГ ставится в соответствие точка в 25-мерном пространстве параметров с координатами $A_P, b_P^{(1)}, b_P^{(2)}, \mu_P, \dots, A_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T, t_0$, а последовательность таких точек однозначно отображает наблюдаемый сигнал $z(t)$.

Эксперименты показали, что предложенный метод обеспечивает реконструкцию циклов различной формы (рис. 1) с ошибкой, не превышающей 1 % диапазона изменения сигнала.

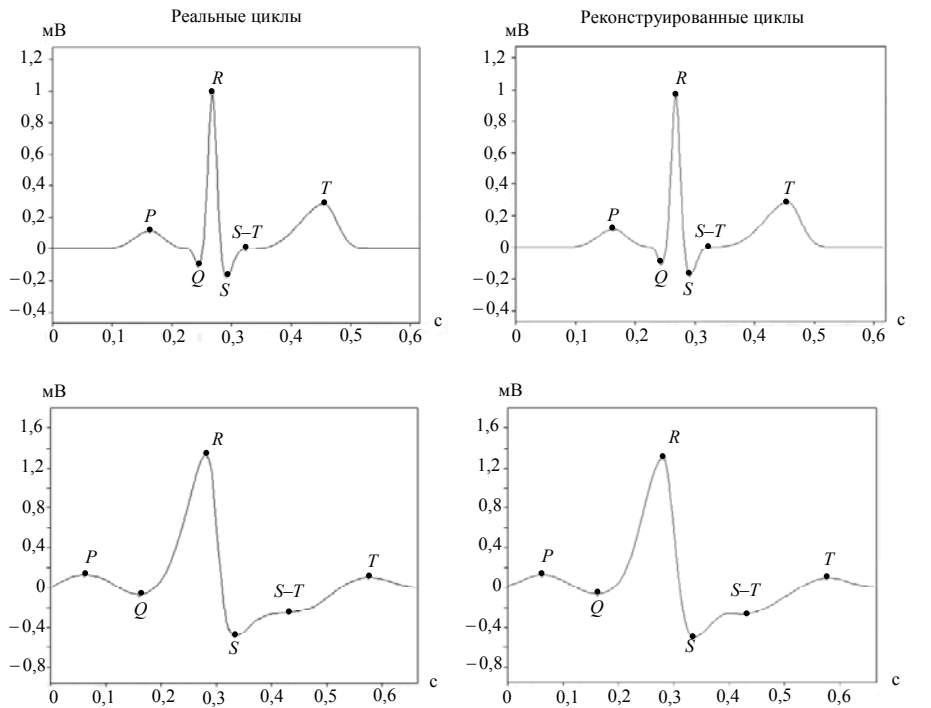
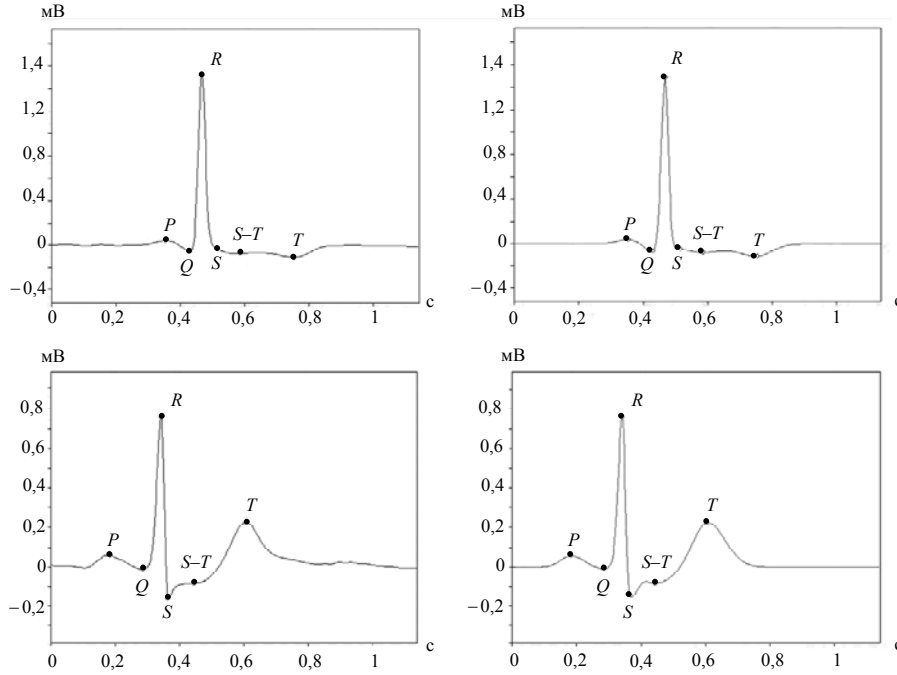


Рис. 1



Понятно, что рассмотренный метод естественным образом может быть обобщен на многоканальную ЭКГ и на другие сигналы, подобные ЭКГ.

Рассмотрим кратко несколько задач обработки одноканальной ЭКГ, основанных на анализе параметров A_P , $b_P^{(1)}$, $b_P^{(2)}$, μ_P, \dots , A_T , $b_T^{(1)}$, $b_T^{(2)}$, μ_T , t_0 .

Восстановление эталонного цикла. Один из популярных методов повышения соотношения сигнал-шум, применяемый в большинстве современных электрокардиографов, основан на усреднении ЭКГ во временной области и построении эталонного цикла $z_0(t)$, по которому принимаются диагностические решения [18]. Однако при неравномерных изменениях продолжительностей усредняемых фрагментов неизбежно происходит «размывание» формы $z_0(t)$ [19] и, как следствие, появляются ошибки в измерении значений диагностических признаков.

В работе [20] предложен более эффективный метод восстановления $z_0(t)$, основанный на усреднении ЭКГ на фазовой плоскости $z(t)$, $\dot{z}(t)$ с использованием хаусдорфовых расстояний

$$H(\Psi_l, \Psi_m) = \max \left\{ \max_{q_l \in \Psi_l} \min_{q_m \in \Psi_m} \rho(q_l, q_m), \max_{q_m \in \Psi_m} \min_{q_l \in \Psi_l} \rho(q_l, q_m) \right\} \quad (27)$$

между всеми парами фазовых траекторий Ψ_l и Ψ_m ($1 \leq l \leq M$, $1 \leq m \leq M$) отдельных циклов ЭКГ, где $\rho(q_l, q_m) = \|q_l - q_m\|$ — евклидово расстояние между нормированными векторами $\bar{q}_l = (z_l, \dot{z}_l) \in \Psi_l$ и $\bar{q}_m = (z_m, \dot{z}_m) \in \Psi_m$.

Покажем, что эффективное решение этой же задачи легко обеспечить при переходе от наблюдаемой ЭКГ $z(t)$ к ее фазовому портрету в пространстве предварительно нормированных параметров A_P , $b_P^{(1)}$, $b_P^{(2)}$, μ_P, \dots , A_T , $b_T^{(1)}$, $b_T^{(2)}$, μ_T , t_0 (рис. 2).

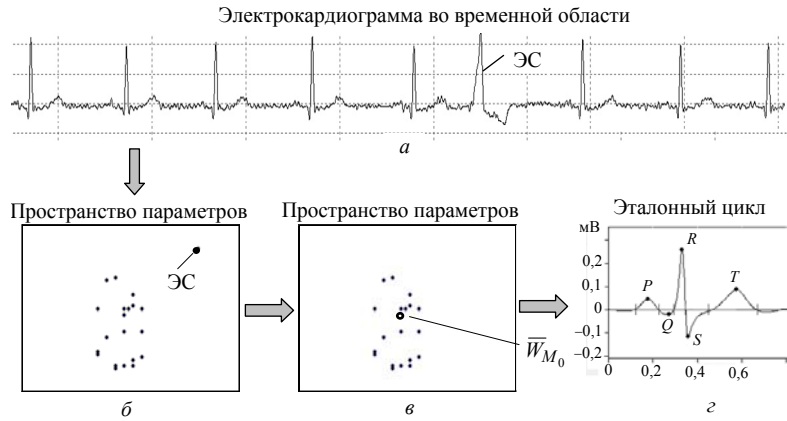


Рис. 2

В самом деле, если на ЭКГ появляется цикл нетипичной формы, например экстрасистола (ЭС) (рис. 2, а), то в пространстве параметров такому циклу соответствует точка, далекая от остальных точек (рис. 2, б). После удаления всех таких точек по оставшимся $M_0 \leq M$ точкам вычислим усредненный вектор (рис. 2, в)

$$\vec{W}_{M_0} = (\bar{A}_P, \bar{b}_P^{(1)}, \bar{b}_P^{(2)}, \bar{\mu}_P, \dots, \bar{A}_T, \bar{b}_T^{(1)}, \bar{b}_T^{(2)}, \bar{\mu}_T, \bar{t}_0), \quad (28)$$

компоненты которого представляют собой средние значения соответствующего параметра. В результате на усредненном временном интервале \bar{t}_0 легко может быть реконструирован эталонный цикл (рис. 2, г) по формуле

$$z_0(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} \bar{A}_i \exp \left[-\frac{(t - \bar{\mu}_i)^2}{2[\bar{b}_i(t)]^2} \right], \quad t \in [0, \bar{t}_0]. \quad (29)$$

Модельные эксперименты подтвердили, что такой метод обеспечивает эффективное восстановление $z_0(t)$ по последовательности искаженных циклов, в том числе наблюдаемых в условиях неаддитивных возмущений.

Интерпретация ЭКГ по эталонным циклам. Если точки, соответствующие эталонным циклам ЭКГ разных групп пациентов, образуют в пространстве параметров $A_P, b_P^{(1)}, b_P^{(2)}, \mu_P, \dots, A_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T, t_0$ компактные области (рис. 3), то появляется принципиальная возможность интерпретировать наблюдаемую ЭКГ, отнеся ее к одной из этих групп, на основе традиционных методов распознавания образов.

Однако, следуя [21], разумнее рассматривать $A_P, b_P^{(1)}, b_P^{(2)}, \mu_P, \dots, A_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T, t_0$ лишь как потенциально полезные признаки и, прежде чем строить решающие функции, провести редукцию пространства признаков, опираясь на дополнительную априорную информацию. Такая редукция особенно важна при малом объеме наблюдений в обучающей выборке.

Согласно [16] важную диагностическую информацию несут интервалы PQ, QT , продолжительности Δ_Q, Δ_{QRS} зубца Q и комплекса QRS , которые в соответствии с (17), (18) легко могут быть вычислены по формулам

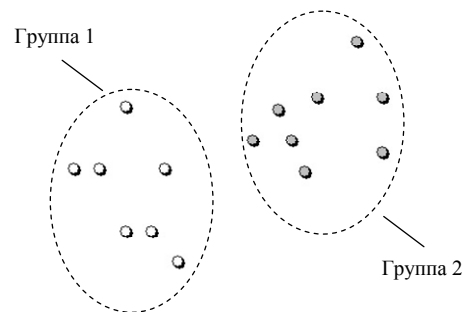


Рис. 3

$$PQ = \mu_Q - \mu_P + 3(b_P^{(1)} - b_Q^{(1)}), \quad (30)$$

$$QT = \mu_T - \mu_Q + 3(b_T^{(2)} + b_Q^{(1)}), \quad (31)$$

$$\Delta_Q = 3(b_Q^{(1)} + b_Q^{(2)}), \quad (32)$$

$$\Delta_{QRS} = \mu_S - \mu_Q + 3(b_Q^{(1)} + b_S^{(2)}). \quad (33)$$

Другие традиционные признаки ЭКГ, такие как глубина зубца Q , смещение сегмента ST и амплитуда зубца T , непосредственно определяют параметры A_Q , A_{ST} , A_T соответственно.

Известно также [15], что дополнительную диагностическую ценность несут показатель β_T симметрии зубца T и угол α_{QRS} ориентации фазового портрета ЭКГ на плоскости $z(t)$, $\dot{z}(t)$, которые, в соответствии с результатами модельных экспериментов [17], с высоким коэффициентом детерминации $R^2 \approx 0,99$ могут быть вычислены по уравнениям регрессии

$$\beta_T = 1,0082\eta^{-0,4248}, \quad (34)$$

$$\alpha_{QRS} = 200,85\lambda^{-0,7928\rho}, \quad (35)$$

где $\eta = b_T^{(1)}/b_T^{(2)}$, а $\lambda = A_Q/A_S$.

На основании (30)–(35) сократим размерность исходного пространства параметров от $G = 25$ до $G_0 = 10$, выполнив переход от A_P , $b_P^{(1)}$, $b_P^{(2)}$, μ_P , ..., ..., A_T , $b_T^{(1)}$, $b_T^{(2)}$, μ_T , t_0 к вторичным диагностическим признакам A_P , A_Q , A_{ST} , A_T , PQ , QT , Δ_Q , Δ_{QRS} , β_T , t_0 , по которым уже можно строить различные решающие правила, используя традиционные подходы к обучению распознаванию образов по выборкам наблюдений.

Персонализация диагностических решений. В последнее время активно обсуждается концепция так называемой персонафицированной медицины [22]. В отличие от традиционной медицины, решения в которой опираются на популяционные нормы (референтные диапазоны физиологических показателей), главный принцип персонафицированной медицины — лечить не болезнь, а конкретного больного, основываясь на индивидуальных особенностях его организма.

Рассмотрим возможный подход к анализу ЭКГ с позиций персонафицированной медицины. Пусть на основе обследований репрезентативной группы практически здоровых людей в пространстве диагностических признаков A_P , A_Q , A_{ST} , A_T , PQ , QT , Δ_Q , Δ_{QRS} , β_T , t_0 выделена популяционная норма в виде области Ω_0 с центром (средним значением) в точке C_0 .

Предположим также, что имеется возможность на достаточно большом промежутке времени проводить многократную регистрацию ЭКГ у конкретного пациента, используя, например, отечественный прибор ФАЗАГРАФ® [15]. В результате таких измерений в этом же пространстве можно выделить «персонафицированную» область Ω_i с центром C_i . Понятно, что результаты каждого нового измерения могут постоянно корректировать Ω_i .

Рассмотрим четыре варианта взаимного расположения областей Ω_0 и Ω_i (рис. 4).

Ситуация 1: $\Omega_i \subset \Omega_0$.

Ситуация 2: $\Omega_i \cap \Omega_0 \neq \emptyset$, $\Omega_i / (\Omega_i \cap \Omega_0) \neq \emptyset$, причем $C_i \in \Omega_0$.

Ситуация 3: $\Omega_i \cap \Omega_0 \neq \emptyset$, $\Omega_i / (\Omega_i \cap \Omega_0) \neq \emptyset$, причем $C_i \notin \Omega_0$.

Ситуация 4: $\Omega_i \cap \Omega_0 = \emptyset$.

Оценим степень отклонения состояния i -го пациента от популяционной нормы расстоянием между значениями признаков из области Ω_i и точкой C_0 . Тогда в ситуации 1 (рис. 4, а) пациента следует признать здоровым, в ситуации 2 (рис. 4, б) — условно здоровым, а в ситуациях 3 и 4 (рис. 4, в, г) — соответственно отнести к группам среднего и высокого риска заболевания.

Сравнение расстояний $r_i^{(1)}$ и $r_i^{(2)}$ между значениями признаков A_P , A_Q , A_{ST} , A_T , PQ , QT , Δ_Q , Δ_{QRS} , β_T , t_0 в состояниях $S_i^{(1)}$, $S_i^{(2)}$ и точкой C_0 позволяют заключить, что состояние $S_i^{(2)}$ лучше состояния $S_i^{(1)}$, если $r_i^{(2)} < r_i^{(1)}$ (рис. 5, а).

И наконец, область Ω_i может быть разделена на отдельные зоны персонализированных решений (рис. 5, б), а именно: I — персональной «нормы»; II — умеренных отклонений от персональной «нормы»; III — выраженных отклонений от персональной «нормы».

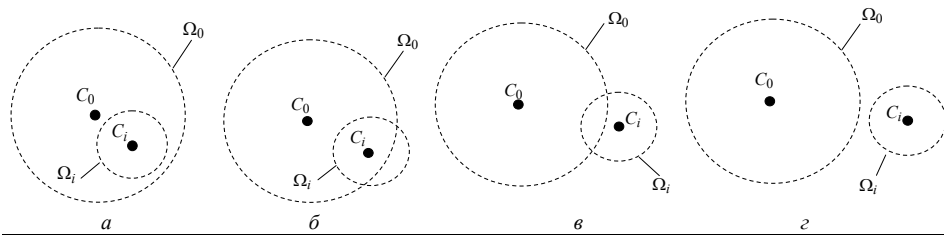


Рис. 4

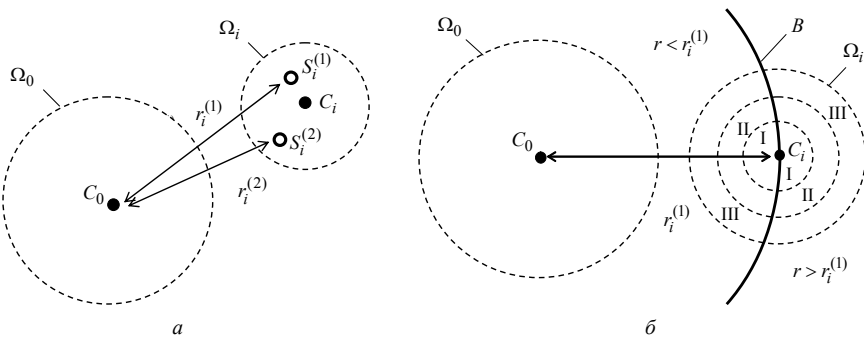


Рис. 5

При этом с помощью разделяющей поверхности B , определяемой уравнением $r = r_i$, где r_i — расстояние между точками C_i и C_0 , каждую из зон II и III целесообразно разделить на две подобласти: умеренных и выраженных ухудшений, когда $r > r_i$, и умеренных и выраженных улучшений, когда $r < r_i$.

Понятно, что при достаточном количестве персонализированных данных, которые пациент может накапливать самостоятельно, обеспечивается более обоснованная оценка функционального состояния, чем эпизодический контакт пациента с врачом и диагностические решения, принимаемые только на основе популяционных норм.

Оценка степени хаотичности сигнала. Для изучения динамики поведения сложных медико-биологических систем в последнее время все большее внимание привлекают методы синергетики [23], которые дают возможность оценить баланс между регулярностью и хаотичностью поведения таких систем.

В работе [24] представлены результаты клинических исследований, подтвердившие диагностическую эффективность показателя, который оценивает величину разброса траекторий одноканальной ЭКГ на фазовой плоскости $z(t), \dot{z}(t)$ по хаусдорфовым расстояниям (18).

Предложенный метод перехода от $z(t)$ к параметрам $A_P, b_P^{(1)}, b_P^{(2)}, \mu_P, \dots, A_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T, t_0$ также позволяет оценивать хаотичность ЭКГ: достаточно накопить массив значений указанных параметров за определенный период наблюдения и оценить индекс Херста, аппроксимационную либо перестановочную энтропии или любой другой известный показатель степени хаотичности временного ряда.

Для более полной оценки хаотичности ЭКГ можно в редуцированном фазовом пространстве наблюдать динамику изменения нормированных признаков

$$\vec{X}_m = (A_P[m], A_Q[m], A_{ST}[m]), A_T[m], \dots, PQ[m], QT[m], \beta_T[m], t_0[m]), \quad (36)$$

$$m = 1, \dots, M,$$

от цикла к циклу и вычислить корреляционный интеграл [25]

$$I(\varepsilon) = \frac{1}{M^2} \sum_{m,l}^M \Theta(\varepsilon - \rho(\vec{X}_m, \vec{X}_l)), \quad (37)$$

где M — число наблюдаемых циклов, ε — заданный порог, $\rho(\vec{X}_i, \vec{X}_j) = \|\vec{X}_i - \vec{X}_j\|$ — норма, например, евклидова, а $\Theta(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x < 0, \\ 0, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$ является функцией Хевисайда.

Тем самым оценивается средняя вероятность того, что нормированные диагностические признаки, фигурирующие в (36), окажутся близкими на двух различных циклах ЭКГ. Зная корреляционный интеграл (37), можно определить корреляционную размерность аттрактора ЭКГ.

По наблюдениям (36) могут быть оценены и другие характеристики аттрактора ЭКГ в фазовом пространстве, в том числе фрактальная размерность и показатели Ляпунова.

Предложенный подход к оценке хаотичности ЭКГ несет гораздо больше диагностической информации, чем традиционные методы, основанные лишь на анализе хаотичности сердечного ритма ($R-R$ интервалов) [8], т.е., по сути, на оценке хаотичности только одного параметра t_0 .

Экономное хранение и передача ЭКГ. Несмотря на стремительное развитие средств вычислительной техники, обеспечившее существенное увеличение емкости хранилищ цифровой информации и скорости ее передачи по каналам связи, задача экономного кодирования ЭКГ все еще остается актуальной [26]. Покажем, что и эта задача эффективно может быть решена на основе предложенного подхода.

Очевидно, что если вместо передачи (хранения) дискретных отсчетов ЭКГ передавать (хранить) векторы

$$\vec{W}_m = (A_P[m], b_P^{(1)}[m], b_P^{(2)}[m], \mu_P[m], \dots, A_T[m], b_T^{(1)}[m], b_T^{(2)}[m], \mu_T[m], t_0[m]), \quad (38)$$

$$m = 1, 2, \dots,$$

оптимальных значений параметров, по которым в соответствии с моделью (14) может быть реконструирован каждый m -й цикл этой ЭКГ, то обеспечивается существенное сокращение объема информации (рис. 6).



Рис. 6

Если, например, частота пульса равна 60 уд/мин, то при частоте дискретизации $F_D = 500$ Гц каждый цикл ЭКГ представляет 500 дискретных отсчетов, в то время как векторы (38) содержат всего лишь 25 параметров, т.е. в 20 раз меньше! Понятно, что для 24-часовой холтеровской записи, содержащей не менее 100 тыс. циклов ЭКГ (50 млн. дискретных отсчетов), такая экономия на каждом цикле весьма существенна.

Разумеется, при передаче векторов $\vec{W}_1, \vec{W}_2, \dots, \vec{W}_M$ по телеметрическим каналам целесообразно дополнительно использовать весь арсенал традиционных средств сжатия информации, а также необходимые средства ее шифрования и защиты.

Предложенный подход позволяет также экономно хранить цифровые данные: вместо дискретных отсчетов реальной ЭКГ (рис. 7, *вверху*) достаточно хранить лишь векторы параметров $\vec{W}_1, \vec{W}_2, \dots, \vec{W}_M$, по которым при необходимости может быть реконструирована искусственная ЭКГ тождественной формы (рис. 7, *внизу*).

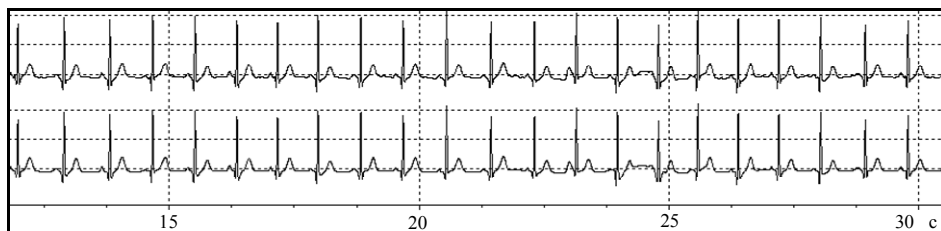


Рис. 7

Такая организация хранения данных позволяет не только экономить память, но и упростить доступ к нужным записям при выполнении различных исследований, если в качестве ключа использовать значение любого из параметров A_P , $b_P^{(1)}$, $b_P^{(2)}$, μ_P , ..., A_T , $b_T^{(1)}$, $b_T^{(2)}$, μ_T , t_0 , принадлежащее заданному диапазону.

Заключение. Предложен подход к компьютерной обработке циклических сигналов сложной формы, основанный на переходе от наблюдения $z(t)$ к фазовому портрету в многомерном пространстве параметров $\theta_1, \dots, \theta_G$, которые однозначно описывают форму фрагментов $z(t)$. Такой переход обобщает ранее полученный положительный опыт использования фазового пространства для обработки циклических сигналов. На примерах компьютерной обработки ЭКГ показано, что предложенный подход позволяет на единых методологических принципах эффективно решать разные задачи, обеспечивающие анализ степени хаотичности, интерпретацию, персонификацию решений и экономное кодирование сигнала $z(t)$ при его передаче и хранении.

Л.С. Файнзильберг

УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ОБРОБКИ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ СКЛАДНОЇ ФОРМИ В БАГАТОВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ ПАРАМЕТРІВ

Розвивається оригінальний підхід до аналізу, інтерпретації та економічного кодування циклічних сигналів складної форми. Підхід оснований на переході від спостережуваного сигналу до фазового портрету в багатовимірному просторі параметрів, які однозначно описують форму фрагментів сигналу. Показано, що запропонований підхід дозволяє на єдиних методологічних принципах ефективно розв'язувати різні задачі комп'ютерної обробки ЕКГ.

L.S. Fainzilberg

GENERALIZED METHOD OF PROCESSING CYCLIC SIGNALS OF COMPLEX SHAPE IN THE MULTIDIMENSIONAL SPACE OF PARAMETERS

The original approach to the analysis, interpretation and economical coding cyclical signals of complex form is developed. The approach is based on the transition from the observed signal to the phase portrait in the multidimensional space of parameters that uniquely describe the form of the signal fragments. It is shown that the proposed approach allows for a unified methodological principles to solve effectively different tasks of the ECG' computer processing.

1. *Kanjilal P.P., Bhattacharya J., Saga G.* Robust method for periodicity detection and characterization of irregular cyclical series in terms of embedded periodic components // *Phys. Rev.* — 1999. — **59**. — P. 4013–4025.
2. *Валу́жис А.К., Раши́мас А.П.* Статистический алгоритм структурного анализа электрокардиосигнала // *Кибернетика*. — 1979. — № 3. — С. 91–95.
3. *Богатов Н.М., Гук В.Ф.* Сравнительный анализ методов распознавания электрокардиограмм // *Современные наукоемкие технологии*. — 2006. — № 1. — С. 71–72.
4. *Zimmerman M.W., Povinelli R.J., Johnson M.T., Ropella K.M.* A reconstructed phase space approach for distinguishing ischemic from non-ischemic ST changes using Holter ECG data // *Computers in Cardiology*. — 2003. — **30**. — P. 243–246.

5. *Sauer T., Yorke J., Casdagli M.* Embedology // *Journal Statistical Physics.* — 1991. — **65.** — P. 579–616.
6. *Фрумин Л.Л., Штарк М.Б.* О фазовом портрете электрокардиограммы // *Автометрия.* — 1993. — № 2. — С. 51–54.
7. *Salisbury J.I., Sun Y.* Assessment of chaotic parameters in nonstationary electrocardiograms by use of empirical mode decomposition // *Annals of Biomedical Engineering.* — 2004. — **32,** N 10. — P. 1348–1354.
8. *Perc M.* Nonlinear time series analysis of the human electrocardiogram // *European Journal of Physics.* — 2005. — **26.** — P. 757–768.
9. *Afify H., Wahed M.A., Kadah Y.M.* ECG classification using affine invariant characterization of phase space // *Proceeding of the Cairo International Biomedical Engineering Conference.* — 2006. — P. 1–4.
10. *Fainzilberg L.S.* Heart functional state diagnostic using pattern recognition of phase space ECG-images // *Proceeding of the 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing (EUFIT '98).* — Aachen (Germany), September 7–10, 1998. — **3,** N B-27. — P. 1878–1882.
11. *Evaluation of the phase-plane ECG as a technique for detecting acute coronary occlusion / G. Dori, Ya. Denekamp, Sh. Fishman, A. Rosenthal, B.S. Lewis, H. Bitterman* // *International Journal of Cardiology.* — 2002. — **84.** — P. 161–170.
12. *Ахметшин А.М., Ахметшин К.А.* Информационные возможности анализа и отображения электрокардиограммы в базах сингулярного разложения вложенных векторов // *Клиническая информатика и телемедицина.* — 2011. — **7,** вып. 8. — С. 58–64.
13. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
14. *Файнзильберг Л.С.* Информационные технологии обработки сигналов сложной формы. Теория и практика. — Киев: Наук. думка, 2008. — 333 с.
15. *Файнзильберг Л.С.* Компьютерная диагностика по фазовому портрету электрокардиограммы. — Киев: Освита України, 2013. — 191 с.
16. *Мурашко В.В., Струтинский А.В.* Электрокардиография. — М.: Медицина, 1991. — 288 с.
17. *Fainzilberg L.S., Bekler T.Yu., Glushauskene G.A.* Mathematical model for generation of artificial electrocardiogram with given amplitude-time characteristics of informative fragments // *Journal of Automation and Information Sciences.* — 2011. — **43,** N 9. — P. 20–33.
18. *Zywienz C., Borovsky D., Goetsch G., Joseph G.* Methodology of ECG Interpretation in the Hanover Program // *Meth. Inf. Med.* — 1990. — **29.** — P. 375.
19. *Беркутов А.М., Гуржин С.Г., Дунаев А.А., Прошин Е.М.* Повышение эффективности регистрации формы электрокардиосигнала корреляционной обработкой в цифровой осциллографии // *Биомедицинские технологии и радиоэлектроника.* — 2002. — № 7. — С. 4–13.
20. *Fainzilberg L.S.* ECG averaging based on Hausdorff metric // *International Journal of Biomagnetism.* — 2003. — **5,** N 1. — P. 236–237.
21. *Файнзильберг Л.С.* Математические методы оценки полезности диагностических признаков. — Киев: Освита України, 2010. — 152 с.
22. *Tezak Z., Kondratovich M.V., Mansfield E.* US FDA and personalized medicine: in vitro diagnostic regulatory perspective // *Journal of Personalized Medicine.* — 2010. — N 7(5). — P. 517–530.
23. *Майоров О.Ю., Фенченко Ф.Н.* Повышение надежности исследований детерминированного хаоса в биоэлектрической активности (ЭЭГ, ЭКГ и вариабельности сердечного ритма) методами нелинейного анализа // *Клиническая информатика и телемедицина.* — 2009. — **5,** вып. 6. — С. 10–17.
24. *Файнзильберг Л.С., Минина Е.Н.* Оценка функционального состояния сердечно-сосудистой системы по величине разброса фазовых траекторий одноканальной ЭКГ // *Кибернетика и вычислит. техника.* — 2014. — Вып. 175. — С. 5–19, 88.
25. *Wong A., Wu L., Gibbons Ph.B., Faloutsos Ch.* Fast estimation of fractal dimension and correlation integral on stream data // *Information Processing Letters.* — 2005. — **93.** — P. 91–97.
26. *Bashar A.R.* An efficient coding algorithm for the compression of ECG signals using Wavelet Transform // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* — 2002. — **49,** N 4. — P. 849–856.

Получено 13.10.2014