



НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ

Л.С. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
ОБРАБОТКИ
СИГНАЛОВ
СПОЖНОЙ ФОРМЫ**
Теория и практика

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2008

В монографии изложены основы теории и практики построения прогрессивных информационных технологий, предназначенных для анализа и интерпретации сигналов сложной формы. Основное внимание уделено методологическим основам построения таких технологий. Предложены и исследованы оригинальные методы и эффективные вычислительные алгоритмы извлечения диагностической информации из реализаций, искаженных внутренними и внешними возмущениями. Приведены примеры практического применения этих результатов при синтезе прикладных информационных технологий оценки состояния технических и биологических объектов по сигналам с локально сосредоточенными диагностическими признаками.

Для читателей, интересующихся теорией и практикой современных информационных технологий обработки сигналов.

У монографії викладено основи теорії і практики побудови прогресивних інформаційних технологій, призначених для аналізу та інтерпретації сигналів складної форми. Головну увагу приділено методологічним основам побудови таких технологій. Запропоновано і досліджено оригінальні методи та ефективні обчислювальні алгоритми видобування діагностичної інформації з реалізацій, спотворених внутрішніми і зовнішніми збуреннями. Наведено приклади практичного застосування цих результатів при синтезі прикладних інформаційних технологій оцінювання стану технічних і біологічних об'єктів за сигналами з локально зосередженими діагностичними ознаками.

Для читачів, що цікавляться теорією і практикою сучасних інформаційних технологій обробки сигналів.

Печатается по решению ученого совета Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины (протокол № 13 от 14 декабря 2007 г.)

Рецензенты: доктор технических наук, профессор *А.А. Туник*,
доктор технических наук *Г.С. Теслер*

Научно-издательский отдел физико-математической
и технической литературы

Редактор *С.Е. Ноткина*

ISBN 978-966-00-0805-2

© Л.С. Файнзильберг, 2008
© НПП «Издательство “Наукова думка”
НАН Украины», дизайн, 2008

ВВЕДЕНИЕ

Профессиональная деятельность и частная жизнь человека постоянно связаны с необходимостью принятия тех или иных решений. Понятно, что решения могут быть эффективными лишь в том случае, когда они опираются на достоверную и своевременную информацию. Немаловажна также форма представления информации, поскольку человеческий мозг не способен адекватно оценивать большие объемы пусть даже достоверной, но не структурированной информации.

Информация наряду с материей и энергией является первичным понятием нашего мира и поэтому в строгом смысле не может быть определена. Можно лишь перечислить ее основные свойства:

- информация дает *новые* сведения об объектах, явлениях и процессах, которые не были известны до ее получения, иными словами, информация снижает неопределенность нашего представления об окружающей среде;
- информация преподносится в форме *материальных* носителей сообщений, которые должны быть понятны конечному пользователю.
- информация может быть *объектом* операций восприятия, накопления, преобразования, использования и передачи.

Хотя сам термин *информация* существует достаточно долго и интуитивно понятен лю-

бому человеку, только в первой половине XX в. появились научные дисциплины, изучающие структуру и закономерности протекания информационных процессов. Во второй половине XX в. стремительно развились средства вычислительной техники и электроники, появились оригинальные методы численной обработки данных, произошла эволюция языков программирования высокого уровня. Сформировалось новое научное направление — информатика, которая применяется во всех областях человеческой деятельности.

Сбываются предсказания академика В.М. Глушкова и других ученых о том, что в XXI в. в технически развитых странах мира основная масса информации будет храниться и обрабатываться с помощью электронных вычислительных машин.

Современные информационные технологии (ИТ) [71] служат информационной поддержкой при принятии решений и управлении в науке, экономике, промышленности, медицине и других областях. Продуктом ИТ является информация, подготовленная в соответствии с потребностями конкретных пользователей в той или иной предметной области.

Одно из перспективных направлений использования современных ИТ — диагностика состояния технических и биологических объектов. Обычно такие технологии основаны на компьютерной обработке доступных сигналов, которые порождает объект в процессе своего функционирования. Предполагается, что такой сигнал несет информацию о количественных или качественных показателях текущего состояния объекта, а задача информационной технологии — извлечь эту информацию из сигнала.

Общим закономерностям извлечения информации из наблюдений посвящены фундаментальные научные труды Р.Л. Хартли, К. Шеннона, Н. Винера, А.Н. Колмогорова, В.А. Котельникова, А.Я. Хинчина, А.А. Харкевича и других основоположников теории информации. Значительный вклад в развитие теории цифровой обработки сигналов внесли Т.К. Винцюк, Я.П. Драган, В.К. Задирака, Ю.П. Кунченко, В.А. Омельченко и многие другие украинские ученые.

В тех случаях, когда информация о состоянии объекта равномерно «распределена» на интервале наблюдений, для ее извлечения могут быть привлечены классические методы обработки сигналов, в частности ортогональные разложения случайных сигналов по системе базисных функций. Тогда коэффициенты

функционального ряда могут использоваться в качестве диагностических признаков, характеризующих состояние объекта.

Задача существенно усложняется, если информацию о состоянии объекта несут диагностические признаки, сосредоточенные на небольших фрагментах интервала наблюдения сигнала, а сам сигнал имеет достаточно «сложную» форму, которую невозможно описать моделью с небольшим количеством параметров. Классическими примерами таких сигналов являются электрокардиограммы (ЭКГ), магнитокардиограммы (МКГ), реограммы и другие биологические сигналы, локальные фрагменты которых несут ценную информацию о состоянии сердечно-сосудистой системы живого организма.

Сигналы сложной формы с локально сосредоточенными признаками встречаются и в других приложениях. Например, в металлургии, минералогии, петрографии и химии широко используют так называемый метод термического анализа. В соответствии с этим методом физико-химические свойства многокомпонентного материала определяют по характерным фрагментам сигнала, несущего информацию об изменении температуры образца в процессе его кристаллизации. Список подобных примеров можно было бы продолжить.

Классические методы мало пригодны при обработке сигналов сложной формы, поскольку коэффициенты функционального ряда, построенного на всей области определения, почти не чувствительны к вариациям амплитудно-временных признаков, сосредоточенных на локальных фрагментах наблюдаемого сигнала. В то же время именно изменение таких признаков несет соответствующую диагностическую информацию о текущем состоянии объекта.

В последние годы развиваются альтернативные подходы к анализу локализованных свойств сигналов, в частности метод вейвлет-преобразований, ориентированный на оценку локализованных во времени частотных компонент сигнала. Получили известность также методы обнаружения разладки статистических свойств случайных последовательностей, лингвистический подход к анализу структуры сигналов сложной формы и ряд других новых научных направлений.

Однако, по оценке специалистов, существующие прикладные ИТ обработки сигналов сложной формы все еще не обеспечивают требуемую достоверность результатов диагностики. В значительной мере это обусловлено несовершенством математических

моделей, описывающих механизм порождения таких сигналов в условиях возмущений, которые в реальных ситуациях не могут быть сведены лишь к аддитивному шуму. Требуют дальнейшего развития также научно обоснованные подходы к построению математических методов и компьютерных алгоритмов выделения полезного сигнала сложной формы по искаженным реализациям. Необходимо усовершенствовать формальные критерии, позволяющие по экспериментальным данным оценивать диагностическую эффективность локально сосредоточенных признаков.

Практически отсутствуют монографии методологического плана, в которых бы охватывался весь комплекс научных и прикладных вопросов, возникающих перед конструктором новой ИТ анализа и интерпретации сигналов с локально сосредоточенными признаками.

Настоящая монография преследует цель восполнить этот пробел. В ней представлена информация об оригинальных математических моделях, методах, вычислительных алгоритмах и программных компонентах, ориентированных на обработку сигналов сложной формы. Тем самым строится своеобразный «мост» между теорией и практикой построения прогрессивных ИТ извлечения диагностической информации из таких сигналов.

Книга состоит из шести глав, которые желательно читать последовательно.

В первой главе формулируется общая проблема построения ИТ для оценки состояния объектов по наблюдаемым сигналам, которые порождает исследуемый объект в процессе своего функционирования. Рассмотрена рабочая гипотеза, позволяющая обосновать принципиальную возможность построения таких технологий. Проведена сравнительная оценка известных подходов к анализу свойств сигналов, которые могут быть использованы в качестве потенциально полезных диагностических признаков для оценки состояния объектов различной физической природы.

Во второй главе рассматриваются методологические основы построения ИТ, ориентированных на извлечение диагностической информации из искаженных сигналов сложной формы. Развивается стохастическая модель порождения таких сигналов в условиях внутренних и внешних возмущений, которые приводят к неравномерным изменениям области определения полезного сигнала. Предлагается обобщенная схема извлечения локализованной диагностической информации из искаженных реализаций сигналов сложной формы.

В третьей главе рассматривается оригинальный метод восстановления полезного сигнала сложной формы по последовательности искаженных реализаций. Метод основан на переходе от дискретной последовательности скалярных значений сигнала к последовательности векторов в нормированном фазовом пространстве, усреднение которых с использованием хаусдорфовой метрики позволяет оценить эталон полезного сигнала в фазовом пространстве и во временной области. Приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований этого метода на основе предложенной стохастической модели порождения сигнала. Наглядно иллюстрируется преимущество метода перед традиционным подходом, основанным на усреднении искаженных реализаций во временной области.

В четвертой главе формулируются основные принципы построения инструментальной системы СИДИГРАФ, предназначенной для интерактивного синтеза прикладных ИТ обработки сигналов сложной формы. Ядро системы построено на двух объектно-ориентированных классах, представляющих собой обобщенную модель носителя данных и обобщенную модель виртуальной обработки данных. На базе наследников этих классов реализован широкий набор вычислительных компонент, использующих традиционные и оригинальные процедуры предварительной обработки и анализа сигналов сложной формы. На примере решения задачи подавления аддитивных внешних помех различного типа демонстрируется эффективность оригинальных вычислительных процедур.

Пятая глава посвящена актуальной задаче, с которой неизбежно сталкивается конструктор прикладной ИТ на этапе интерпретации сигналов сложной формы: исследуются формальные условия полезности диагностических признаков и методы интеграции частных решений группы независимых тестов в условиях противоречий; показывается существование граничных значений вероятностей ошибок пропуска цели и ложной тревоги при решении задач диагностики в статистической постановке; описывается усовершенствованный метод оценки эффективности диагностических тестов, основанный на анализе экспериментальной *ROC*-кривой; формулируется общее условие бесполезности релевантных признаков и доказывается ряд теорем, определяющих достаточные условия полезности диагностических признаков.

В шестой главе рассмотрены примеры практического использования полученных теоретических результатов при синтезе ИТ оценки состояния технических и биологических объектов по сигналам сложной формы. Описаны принципы построения созданных под руководством автора данной монографии прикладных компьютерных систем «ТЕРМОГРАФ», «ЧУГУН», «FAZAWIN», «ФАЗАГРАФ», «ИКАР» и «MAGWIN». Приведены результаты испытаний и использования этих систем в Украине, России, Венгрии и Германии. Намечены перспективы развития информационных технологий обработки сигналов сложной формы для решения актуальных прикладных задач.

Автор считает своим приятным долгом выразить признательность академику В.И. Скурихину и профессору В.И. Гриценко за поддержку и взаимопонимание, а также рецензентам монографии доктору технических наук, профессору А.А. Тунику и доктору технических наук Г.С. Теслеру за ценные замечания. Автор благодарен своим молодым коллегам, которые принимали участие в разработке прикладных систем обработки сигналов сложной формы.

ГЛАВА 1

*Линия жизни не только твоя,
Всех предыдущих твоих поколений,
Ты — как итог этих чудных ветвлений,
В данный момент заслужил бытия.*

*С миром тобою они говорят,
Ты — слабый шанс в этом свете остаться,
Будь же гуманным, сумей постараться,
Не обрывай на себе этот ряд.*

Татьяна Потанова

ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

1.1. Общая формулировка проблемы

В задачах управления состояние объекта принято характеризовать совокупностью значений некоторых величин, определяющих его поведение [119, с. 26]. В задачах технической и медицинской диагностики чаще всего изучается качественная характеристика состояния объекта путем отнесения его текущего состояния к одному из возможных классов (диагнозов) [28].

Используя понятие шкалы измерения [198], введем обобщенный показатель состояния объекта [207], под которым в первом случае будем понимать вектор $s = (s_1, \dots, s_N)$ с числовыми компонентами s_1, \dots, s_N , а во втором — значение индикаторной переменной $s = 1, \dots, M$, характеризующей принадлежность текущего состояния технического или биологического объекта к одному из M классов заданного множества $V = \{V_1, \dots, V_M\}$.

Довольно часто на практике непосредственное определение s невозможно из-за отсутствия соответствующих датчиков и индикаторов. Например, агрессивность и высокая температура среды препятствуют созда-

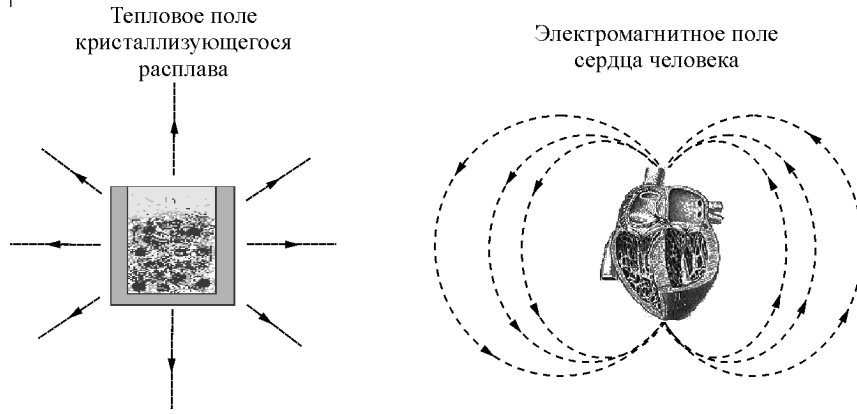


Рис. 1.1. Примеры полей, несущих информацию о состоянии объекта

нию датчиков для непосредственного определения химического состава и других параметров состояния расплавленного металла, что мешает построению эффективных систем управления металлургическими процессами [192]. Невозможно также при массовых профилактических обследованиях определять состояние внутренних органов человека на основе прямых (инвазивных) методов диагностики, например метода коронарографии для диагностики заболеваний сердечно-сосудистой системы человека. Этот метод достаточно дорогой и, самое главное, небезопасный для обследуемого пациента. Список подобных примеров можно было бы продолжить.

В этих ситуациях не остается ничего иного, как косвенно оценивать s , используя доступную информацию. Решение такой задачи является главной целью информационных технологий (ИТ), рассматриваемых в монографии. Какая же рабочая гипотеза может быть положена в основу синтеза таких технологий?

Предположим, что некоторый технический или биологический объект при фиксированном состоянии $s \in S$ порождает физическое поле (рис. 1.1), которое под действием процессов, происходящих внутри объекта, изменяется во времени. Представим это поле в виде

$$y_0 = \Psi_s(u, t), \quad (1.1)$$

где t — время; u — точка пространства; Ψ_s — некоторая функция.

Если зафиксировать точку пространства $u = u_0$ и измерить величину поля в этой точке, то функция $\Psi_s(u, t)$ вырождается [65] в скалярную функцию времени

$$y_0 = \Psi_s(u_0, t) \equiv y_0(t), \quad (1.2)$$

а при измерении поля (1.1) в нескольких фиксированных точках u_1, u_2, \dots, u_p пространства — в векторную функцию $y_0(t) = (y_1(t), \dots, y_p(t))$.

Поскольку сигнал (1.2) зависит от s , то, с формальной точки зрения, ИТ должна обеспечивать решение обратной задачи [207]: требуется оценить неизвестное значение s по результатам измерения сигнала $y_0(t)$ на отрезке наблюдения $t_1 \leq t \leq t_2$ (рис. 1.2).

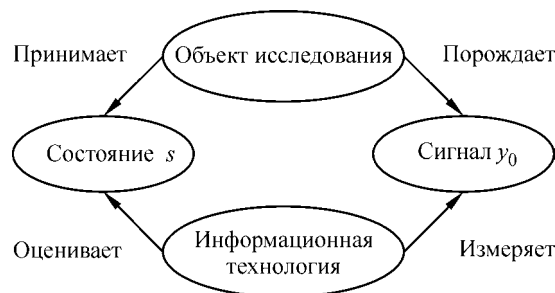


Рис. 1.2. Абстрактная модель ИТ обработки сигнала

Однако на практике функция $\Psi_s(\cdot)$ чаще всего не известна. Обычно конструктору прикладной ИТ приходится сталкиваться с достаточно сложными объектами и процессами, а знания в рассматриваемой предметной области слабо структурированы и формализации поддаются лишь отдельные фрагменты общей постановки [23]. Для упрощения изучения физических закономерностей часто рассматривают «идеализированные» условия, в результате чего полученные таким способом модели приводят к значительным погрешностям, которые не могут быть использованы на практике [105, с. 5]. И хотя есть все основания полагать, что модель (1.1) существует, получить ее только на основе физических представлений сложно [95, с. 7], а иногда и просто невозможно.

Так, уже давно известно, что электромагнитное поле сердца, зарегистрированное в течение сердечных циклов, несет важную ин-

формацию о состоянии сердечно-сосудистой системы живого организма. Однако до сего времени не получены «физические» модели, адекватно описывающие процесс порождения таких полей при фиксированных патологиях сердца [137, с. 25].

Есть все основания полагать, что температурное поле, регистрируемое вокруг кристаллизующегося образца, содержит ценную информацию о свойствах, структуре и химическом составе образца [25, 150]. В то же время процесс кристаллизации представляет собой теснейшее переплетение физико-химических, гидродинамических и тепловых явлений. Сложность этих процессов препятствует построению модели вида (1.1), адекватно описывающей температурное поле, порождаемое при фиксированном химическом составе металла [93].

Поскольку подобные примеры довольно часто встречаются в технике, медицине и других областях приложения, будем рассматривать модель (1.1) лишь как рабочую гипотезу, позволяющую обосновать принципиальную возможность построения ИТ для косвенной оценки состояния объекта по наблюдаемому сигналу. При этом следует понимать, что в условиях ограниченной априорной информации конструктору прикладной ИТ не остается ничего иного, как:

- вводить и проверять на имеющихся экспериментальных данных гипотезы, опираясь на ограниченные, а порой и противоречивые знания экспертов предметной области;
- методом проб и ошибок искать подходящую технологическую цепочку вычислительных процедур, обеспечивающую оптимальный в некотором смысле переход от исходного «сырья» (наблюдаемого сигнала) к информационному продукту (количественным и качественным оценкам состояния объекта).

Понятно, что в условиях неполной априорной информации о физических закономерностях процесса порождения сигнала $y_0(t)$ проблема построения ИТ не может быть сведена лишь к математической задаче, допускающей формальное решение. Поэтому будем далее рассматривать эту проблему в более широком смысле как методологию решения практических задач на основе *формальных* и *неформальных* приемов выбора и настройки эффективных вычислительных процедур обработки сигналов [214]. Тем более что сам термин «технология» происходит от греческого слова «*technē*» (искусство, мастерство, умение), а задача технологии как науки состоит в выявлении закономерностей с целью

определения и использования на практике наиболее эффективных и экономных производственных процессов [188].

Разумеется, разрешение сформулированной проблемы должно опираться на имеющийся к настоящему времени огромный научный потенциал в области цифровой обработки сигналов, методов распознавания образов и моделирования сложных систем по экспериментальным данным. Однако анализ доступной научно-технической информации показывает, что этот потенциал часто недоиспользуется в существующих прикладных системах.

И это не случайно. Во-первых, прикладная ИТ может быть построена лишь на основе конструктивных вычислительных методов, эффективность которых обоснована не только теоретическими предпосылками и ограничениями, которые порой сложно проверить по имеющимся данным, но и практикой их использования на реальных сигналах. Однако часто принятые ограничения могут не соответствовать практической задаче.

Во-вторых, подавляющее большинство вычислительных алгоритмов, описываемых в научных публикациях, даже если они подтверждены примерами использования на модельных и реальных данных, содержит скрытые от читателя «ноу-хау», известные только их разработчикам. Не является исключением из этого правила и ряд процедур обработки сигналов, реализованных в известных системах компьютерной математики, обзор которых дан в обширных монографиях [63, 82, 174] и других аналогичных изданиях.

Практически нет монографий методологического плана, в которых бы охватывался весь комплекс вопросов разработки методов, вычислительных алгоритмов и программного обеспечения для оценки состояния сложных систем по наблюдаемым сигналам. Поэтому необходимо установить общие закономерности формирования информационного продукта в таких технологиях, по крайней мере, для некоторого класса технических и биологических объектов, реализовать базовый набор инструментальных средств, обеспечивающих эффективную обработку реальных сигналов, и тем самым построить мост между теоретическими положениями и прикладными методами построения ИТ. Важно провести систематизацию и сравнительную оценку наиболее известных методов и вычислительных алгоритмов в рассматриваемой области знаний. Прежде чем перейти к решению этой задачи приведем одну цитату из монографии [23].

«В современной науке весьма распространена такая ситуация, когда некий Исследователь берется за трудную Проблему и решает ее или показывает, что она не может быть решена. Действия его в данном случае высоко оцениваются окружающими и выглядят чрезвычайно привлекательно. Однако практика требует и других исследований. Не менее важным и нужным оказывается проводить сравнительный анализ давно известных объектов: задач, моделей, методов, схем и т. п. — с тем, чтобы сгруппировать их, наметить пути к упорядоченному, обоснованному исследованию и использованию. Подобные методологические проблемы намного менее притягательны и почитаемы. Более того, нередко соответствующие исследования оцениваются по набившему оскомину стереотипу: ничего экстраординарного, объекты давно известны, просто переставлены по-новому! Все же такие исследования нужно проводить, ибо это не что иное, как попытки системного анализа соответствующего научно-практического направления. Именно в результате подобной инвентаризации и могут обнаруживаться «белые пятна», нерешенные задачи и даже новые направления исследований».

Приведенные соображения в полной мере соответствуют представлениям автора и послужили хорошим стимулом в проведении исследований, результаты которых описываются далее.

1.2. Методы построения моделей сложных систем по экспериментальным данным

Пусть требуется *косвенно* оценить численное значение скалярной величины s по результатам *прямых* измерений других величин x_1, \dots, x_N в предположении, что объективно существует зависимость

$$s = s(x) \equiv s(x_1, \dots, x_N), \quad x \in X. \quad (1.3)$$

При известной функции $s(\cdot)$ задача тривиальна. В тех же случаях, когда эта функция не известна, возникает проблема ее восстановления по выборке экспериментальных данных, или, как принято говорить, проблема идентификации [73, 173].

Строго говоря, если множество X бесконечно, то *подтвердить* правомерность гипотезы (1.3) можно, лишь проверив бесконечное число утверждений

$$\forall (\mu, \nu) \quad \mu \in X, \quad \nu = s(\mu),$$

где (μ, ν) — пара значений переменных x и s соответственно, что невозможно без привлечения *дополнительной* информации помимо той, которая содержится в выборке [95, с. 51]. Еще сложнее обосновать утверждение

$$s = s(x) + \xi, \quad x \in X, \quad (1.4)$$

где ξ — случайная величина, пусть даже с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией. Сложность здесь состоит в том, что, даже чтобы *опровергнуть* гипотезу (1.4), требуется привлечение аппарата статистической проверки гипотез, и, по существу, ее нельзя отвергнуть окончательно, а лишь на некотором уровне значимости используемого статистического критерия [95, с. 52].

Тем не менее подобными «рабочими» гипотезами приходится пользоваться при решении прикладных задач. Например, при использовании одного из классических методов — регрессионного анализа [2, 11, 32, 56, 73, 76, 80, 121, 162, 173], прямо или косвенно постулируется, что взаимосвязь s с вектором $x = (x_1, \dots, x_N)$ можно описать функциональной зависимостью

$$s = \eta(x, c, \xi), \quad (1.5)$$

где c — вектор параметров функции η , а ξ — вектор случайных факторов (помех, возмущений и т. п.).

При таких допущениях идентификация модели сводится к построению уравнения регрессии $\hat{s} = f(x)$, связывающего средние значения величины s со значениями вектора x . Для этого используют результаты активного или пассивного эксперимента (выборку $W \geq N$ наблюдений), которые можно представить в виде матрицы значений входных переменных x_1, \dots, x_N и вектора значений выходной переменной s [55]:

$$X_W = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{W1} & \dots & x_{WN} \end{pmatrix}; \quad S_W = \begin{pmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_W \end{pmatrix}.$$

Принято рассматривать задачу идентификации в «широком» смысле, когда необходимо найти вид (структуру) функции $f(\cdot)$ и оценить вектор параметров c [76, 272], и в более узком смысле — как задачу параметрической идентификации [2, 32, 332], когда

структура зависимости считается известной и необходимо лишь оценить ее параметры.

Обычно искомую функцию представляют взвешенной суммой [11]:

$$\hat{s} = c^T \varphi(x) \equiv c_1 \varphi_1(x) + \dots + c_K \varphi_K(x), \quad (1.6)$$

где T — знак транспонирования; $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \dots, \varphi_K(x))$ — вектор базисных функций $\varphi_1(x), \dots, \varphi_K(x)$, которые считаются заранее известными, а $c = (c_1, \dots, c_K)$ — вектор неизвестных параметров, подлежащих определению по выборке. Чаще всего оптимальное значение c_{opt} вектора параметров c_1, \dots, c_K , обеспечивающее минимум квадратичной функции потерь

$$R_{\Sigma^2} = \sum_{i=1}^W (s_i - \sum_{j=1}^K c_j \varphi_j(x))^2, \quad (1.7)$$

находят, используя известный метод наименьших квадратов (МНК) [2, 76, 120], в соответствии с которым

$$c_{\text{opt}} = (F_W^T F_W)^{-1} F_W^T S_W,$$

где

$$F_W = \begin{vmatrix} \varphi_1(x_{11}, \dots, x_{1G}) & \dots & \varphi_K(x_{11}, \dots, x_{1G}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \varphi_1(x_{N1}, \dots, x_{NG}) & \dots & \varphi_K(x_{N1}, \dots, x_{NG}) \end{vmatrix}$$

— матрица значений базисных функций модели (1.6), вычисленных в точках эксперимента (элементах матрицы X_W).

Ряд теоретических предположений регрессионного анализа может рассматриваться лишь как средства более или менее удачного приближения реальной ситуации, например предположение о том, что ошибки эксперимента ξ_1, \dots, ξ_W аддитивны и представляют собой последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и ограниченной дисперсией:

$$M\{\xi_i\} = 0; \quad M\{\xi_i^2\} = \sigma^2; \quad M\{\xi_i \xi_j\} = 0 \quad \forall i \neq j,$$

где $M\{\}$ — знак математического ожидания; $\sigma^2 < \infty$ — дисперсия. Хотя только при таких предположениях полученные оценки

несмещенные и эффективные [76], в явном виде эти предположения почти никогда не могут быть проверены на практике — можно лишь обнаружить их нарушение, оценив остатки $D_i = s_i - C_{\text{opt}}^T \varphi(x_i)$, которые должны иметь нормальное или близкое к нему распределение [31].

Один из способов улучшения оценки параметров — проведение активного эксперимента по оптимальному плану [5, 34]. Однако на практике конструктор ИТ часто лишен такой возможности и должен довольствоваться лишь имеющимися данными пассивных наблюдений.

В таких ситуациях классический регрессионный анализ, основанный на минимизации квадратичной функции потерь (1.7), может давать неустойчивые решения при плохой обусловленности матрицы F_W и резко выделяющимся наблюдениям (выбросам), которые ведут к несимметричности распределения остатков $D_i = s_i - C_{\text{opt}}^T \varphi(x_i)$, а значит, к нарушению условий независимости дисперсии и математического ожидания. Иногда обработка таких данных на основе **МНК** приводит к ошибкам настолько большим, что полученная модель не имеет практического смысла [309, 357]. Для разрешения этой проблемы применяют различные приемы регуляризации [191], алгоритмы робастного оценивания [152, 230] и другие методы, основанные на минимизации функций потерь, отличающихся от (1.7) [107, 332].

Мы коснулись лишь нескольких наиболее важных проблем, возникающих при решении задачи *параметрической* идентификации в предположении, что структура модели задана в виде (1.6) и известны базисные функции $\varphi_1(x), \dots, \varphi_K(x)$. Гораздо более серьезные проблемы возникают при решении задачи *структурной* идентификации.

Поскольку в общей постановке (при отсутствии априорной информации об истинной структуре модели $s = s(x_1, \dots, x_N)$) разрешить эту проблему невозможно, конструктору прикладной ИТ приходится выбирать один из двух вариантов:

- отказаться от решения задач, для которых истинная структура взаимосвязи s и x_1, \dots, x_N не известна и не может быть получена на основе физических представлений или результатов имитационного моделирования;
- попытаться решить задачу, сведя общую проблему идентификации неизвестной модели (1.4) к упрощенной постановке,

предполагающей перебор различных структур-претендентов $f \in F$ некоторого множества F и оценку качества полученного решения по имеющимся экспериментальным данным с точки зрения некоторого критерия $R(f)$.

Рассмотрим кратко известные к настоящему времени подходы к реализации такой упрощенной постановки задачи структурно-параметрической идентификации.

Прикладной регрессионный анализ, оставляя за пределами рассмотрения проблему построения самого исходного набора базисных функций $\varphi_1(x), \dots, \varphi_K(x)$, предлагает методы формирования множества F на основе генераторов полного или направленного перебора моделей различной сложности [172]. Под сложностью понимается число $K_0 \leq K$ ненулевых компонент линейных моделей (1.6), построенных на основе заданного набора функций $\varphi_1(x), \dots, \varphi_K(x)$.

Для сравнения моделей-претендентов, генерируемых в процессе перебора, используют различные критерии, в частности критерии Фишера [172] и Мэллоуза [322], основанные на анализе величины

$$\sigma^2(K_0) = \frac{1}{W - K_0} \sum_{i=1}^W [s_i - \sum_{j=1}^{K_0} c_{\text{opt}}(j) \varphi_j(x)]^2,$$

представляющей собой остаточную дисперсию оценки s по модели сложности K_0 с оптимальными значениями параметров $c_{\text{opt}}(j)$, информационный критерий Акаике [245], критерий финальной ошибки прогноза [246] и ряд других критериев [185].

Поскольку при больших значениях K полный перебор $2^K - 1$ моделей-претендентов, реализуемый так называемым методом всех регрессий, связан с вычислительными проблемами, часто на практике используют упрощенные варианты перебора [172], в том числе методы:

- *включения* (добавление регрессоров по одному, максимально уменьшающему критерий);
- *исключения* (процедура начинается с полной модели, а затем число регрессоров уменьшают по одному, пока критерий убывает);
- *шаговой регрессии* (комбинация двух предыдущих);
- *ветвей и границ*.

Оригинальным методом структурно-параметрической идентификации моделей (в указанной выше упрощенной постановке) является метод группового учета аргументов (МГУА), основные принципы которого сформулировал А.Г. Ивахненко в 1968 г. [97]. Алгоритмы самоорганизации моделей на основе МГУА достаточно подробно описаны в монографиях [95, 96, 98–100] и в многочисленных научных статьях [301, 330, 360, 362, 378].

Главное отличие МГУА от классических методов прикладного регрессионного анализа — это разделение имеющихся наблюдений на две выборки: обучающую, по которой производится оценка параметров моделей-претендентов, и проверочную, обеспечивающую селекцию этих моделей по внешнему критерию. Тем самым при селекции моделей привлекается дополнительная информация (не участвующая в оценке параметров моделей-претендентов), что обеспечивает нужный компромисс между сложностью модели и ее точностью [95].

В качестве обобщенной структуры, аппроксимирующей функцию (1.4), алгоритмы МГУА чаще всего рассматривают конечный алгебраический или тригонометрический многочлен, на основе которого генерируются частные модели-претенденты различной степени сложности. Выбор наилучшей (с точки зрения внешнего критерия) структуры реализуется с помощью комбинаторных алгоритмов [184], осуществляющих полный перебор, или итерационных процедур [241]. Получили развитие также многоуровневые алгоритмы МГУА, в которых построение сложной аппроксимирующей функции, например полинома Колмогорова—Габова [289]:

$$\hat{s} = c_0 + \sum_{i=1}^m c_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m c_{ijk} x_i x_j x_k + \dots,$$

достигается последовательным использованием частных зависимостей

$$u_1 = u(x_1, x_2); \quad u_2 = u(x_1, x_3); \quad \dots; \quad u_s = u(x_{m-1}, x_m)$$

между $M = C_m^2$ парами входных данных. В качестве функции $u(\cdot)$ обычно используются простейшие соотношения, например

$$u(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j$$

или

$$u(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j + a_5 x_i^2 + a_6 x_j^2,$$

коэффициенты которых определяются по обучающей выборке.

Среди всех частных моделей выбирается $M^* < M$ моделей, которые с точки зрения внешнего критерия показали наилучшие результаты на проверочной выборке. Значения u_1, \dots, u_{M^*} , полученные на обучающей выборке, используются в качестве аргументов частных моделей второго уровня

$$v_1 = u(u_1, u_2); \quad v_2 = u(u_1, u_3); \dots; \quad v_s = u(u_{s^*-1}, u_s),$$

селекция которых производится аналогично, и т. д., пока не будет достигнут компромисс между сложностью и точностью синтезируемой модели [42].

Гипотеза о вероятностной природе ошибок эксперимента, на которой основан аппарат прикладного регрессионного анализа, как, впрочем, и алгоритмы МГУА, не всегда соответствует действительности. Этим объясняется повышенный интерес к методам идентификации, которые свободны от этого предположения и рассматривают неопределенность величин с позиций аппаратов интервально-множественного анализа и нечеткой логики [16, 77, 88, 114, 127, 128, 146, 159—161, 237].

Даже далеко неполный обзор существующих подходов показывает, что современная наука располагает достаточно широким набором методов, которые подтвердили свою эффективность при решении прикладных задач, связанных со структурно-параметрической идентификацией в условиях априорной неопределенности. Безусловно, эти методы могут и должны рассматриваться как важные компоненты синтеза ИТ обработки сигналов.

1.3. Методы построения диагностических правил

Диагностику состояния технических и биологических объектов довольно часто рассматривают с позиции теории распознавания образов [28, 105, 164], предполагая существование некоторой совокупности характеристик (свойств, признаков) $x^{(N)} = (x_1, \dots, x_N)$, измерение которых позволяет отличать одно состояние объекта от другого. В этом случае требуется построить решающее правило $s = D(x^{(N)})$, которое отображает множество $X^{(N)}$ возможных значений признаков x_1, \dots, x_N на множество $\{1, \dots, M\}$ номеров возможных состояний (диагнозов) V_1, \dots, V_M . Иными словами, требуется построить алгоритм определения значений индикаторной переменной s в виде

$$s = \begin{cases} 1, & \text{если } x^{(N)} \in \Omega_1, \\ \dots \\ M, & \text{если } x^{(N)} \in \Omega_M, \end{cases} \quad (1.8)$$

где $\Omega_m, m = 1, \dots, M$ — непересекающиеся области пространства X , в которых принимаются решения в пользу класса V_m .

Математические методы распознавания можно разделить на два класса: детерминированные, которые в явном виде не используют статистические свойства наблюдаемых образов, и статистические, основанные на методах теории вероятностей и математической статистики [194, с. 31]. Статистическая постановка задач распознавания [57, 227] возникает в тех практически важных случаях, когда при различных состояниях объекта $V_i \neq V_j$ могут совпадать значения каждого из имеющихся признаков x_n ($1 \leq n \leq N$), иными словами, допускается, что множества значений каждого из признаков, соответствующие различным классам, пересекаются.

При статистической постановке задачи состояния V_1, \dots, V_M объекта рассматриваются как случайные события с априорными вероятностями $P(V_m)$, $\sum_{m=1}^M P(V_m) = 1$, признаки — как случайные величины, для которых объективно существуют условные распределения $p(x^{(N)} / V_m)$, а множества

$$X_m^{(N)} = \{x^{(N)} : p(x^{(N)} / V_m) \neq 0\} \quad X_1^{(N)} \cup \dots \cup X_M^{(N)} = X^{(N)}$$

иногда называют собственными областями классов в пространстве признаков [196, с. 31]. Интегрирование $p(x^{(N)} / V_m)$ по множествам возможных значений всех признаков x_1, \dots, x_N , кроме признака x_n ($1 \leq n \leq N$), позволяет получить представление об одномерных (маргинальных) распределениях этого признака $p(x_n / V_1), \dots, p(x_n / V_M)$, причем в рассматриваемой постановке задачи допускается, что для всех $n = 1, \dots, N$ носители маргинальных распределений различных классов заведомо пересекаются.

Часто в задачах диагностики рассматриваются только два возможных диагноза — «исправен—неисправен», «здоров—бо-

лен» [28, 40, 105, 164]. Поэтому для упрощения дальнейшего изложения ограничимся случаем дихотомии, когда $M = 2$, тем более что к дихотомии можно свести и общий случай $M \geq 2$, последовательно решая задачу распознавания одного класса и всех остальных [233, с. 94].

Если потерей $L(i, j)$, $i, j = 1, 2$, оценивать диагноз в пользу i -го класса, в то время как объект находится в j -м состоянии, то при известном отношении правдоподобия $\lambda(x^{(N)}) = p(x^{(N)} / V_1) / p(x^{(N)} / V_2)$ оптимальные решения, обеспечивающие минимум средних потерь (риска)

$$R = \int \sum_{j=1}^2 L(Z, j) P(V_j) p(x^{(N)} / V_j) dx^{(N)},$$

должны приниматься в соответствии с байесовым правилом [70]:

$$s = D(x^{(N)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \lambda(x^{(N)}) > \theta_{12}, \\ 2, & \text{если } \lambda(x^{(N)}) < \theta_{12}, \end{cases} \quad (1.9)$$

где

$$\theta_{12} = \frac{P(V_2)(L_{21} - L_{22})}{P(V_1)(L_{12} - L_{11})}.$$

Известно также [106], что в частном случае, когда потери от правильных решений равны нулю, а от ошибочных — единице, т. е. $L_{11} = L_{22} = 0$ и $L_{12} = L_{21} = 1$, то оптимальное правило (1.9) эквивалентно правилу максимума апостериорных вероятностей

$$s = D(x^{(N)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } P(V_1 / x^{(N)}) > P(V_2 / x^{(N)}), \\ 2, & \text{если } P(V_1 / x^{(N)}) < P(V_2 / x^{(N)}), \end{cases} \quad (1.10)$$

где

$$P(V_m / x^{(N)}) = \frac{P(V_m) p(x_m / V_m)}{\sum_{m=1}^M P(V_m) p(x_m / V_m)}, \quad m = 1, 2,$$

причем это правило гарантирует минимум средней вероятности ошибочных решений на множестве $X^{(N)}$.

К сожалению, в большинстве практических случаев вероятностные характеристики, фигурирующие в оптимальных решаю-

щих правилах (1.9), (1.10), заранее не известны. Максимум, на что можно рассчитывать при решении прикладных задач, — получение оценок априорных вероятностей $\hat{P}(V_m)$, например знания распространенности (преваленса) исследуемого заболевания [53], одномерных эмпирических распределений (гистограмм) $\hat{p}(x_n/V_1)$, $\hat{p}(x_n/V_2)$, построенных для отдельных признаков [52], и в лучшем случае — коэффициентов корреляций между отдельными признаками.

Однако в общем случае такие ограниченные знания недостаточны для восстановления многомерных распределений $p(x^{(N)}/V_m)$. Следовательно, неизвестна и оптимальная разделяющая (дискриминантная) функция

$$f(x^{(N)}) = P(V_1)p(x^{(N)}/V_1) - P(V_2)p(x^{(N)}/V_2), \quad (1.11)$$

знак которой позволяет распознавать классы с минимальной средней вероятностью ошибочных решений.

Все разнообразие научных направлений в современной теории распознавания образов заключается в формализации методов построения решающего правила $s = D(x^{(N)})$ по выборке наблюдений $x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}, \dots$ с известной (обучение) или неизвестной (самообучение) принадлежностью к классам V_1, \dots, V_M [239].

Рассмотрим кратко эти направления, останавливаясь лишь на деталях, которые нам понадобятся в дальнейшем.

Принципиально существуют два пути построения разделяющей функции на основе лишь той информации, которая содержится в обучающей выборке $x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}, \dots$ с известной принадлежностью к классам V_1 и V_2 . Первый (прямой) путь — восстановление многомерных распределений $p(x^{(N)}/V_m)$ по имеющейся выборке. Однако эффективные методы решения этой задачи разработаны лишь для случая, когда функции $p(x^{(N)}/V_m)$ заданы с точностью до небольшого числа неизвестных параметров [78, 227]. Как отмечается в [39, с. 49], реальные успехи на этом пути возможны лишь для вырожденных случаев, предполагая, например, что распределение $p(x^{(N)}, \alpha)$, зависящее от вектора α неизвестных параметров, удовлетворяет условию

$$p(x^{(N)}, a) = p(x_1, a_1) \times \dots \times p(x_N, a_N),$$

и, кроме того, каждый признак x_n может принимать лишь фиксированное число значений, либо плотность распределения вероятностей для каждого класса задана нормальным законом

$$p(x^{(N)}, \mu, \Delta) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\Delta|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (x^{(N)} - \mu)^T \Delta^{-1} (x^{(N)} - \mu)\right], \quad (1.12)$$

когда достаточно по выборке наблюдений оценить лишь вектор средних μ и ковариационную матрицу Δ для каждого класса.

Второй, более практичный путь решения этой задачи, не требующий восстановления упомянутых многомерных распределений, основан на аппроксимации (1.11) другой функцией, заданной с точностью до параметров [233, 234, 340, 341]. Тем более, что если уж ограничиться случаем нормальных распределений (1.12), то, как известно [129, 141], при произвольных, но одинаковых в обоих классах ковариационных матрицах $\Delta_1 = \Delta_2$ оптимальная дискриминантная функция линейная, а при $\Delta_1 \neq \Delta_2$ — квадратичная.

Если же гипотеза о нормальности распределений неправомерна, то построение разделяющей функции сводится к решению задачи, аналогичной той, которая рассматривалась в параграфе 1.2. Иными словами, приходится аппроксимировать (1.11) взвешенной суммой известных функций

$$\tilde{f}(x^{(N)}) = \alpha^T \varphi(x^{(N)}) \equiv \alpha_1 \varphi_1(x^{(N)}) + \dots + \alpha_k \varphi_k(x^{(N)}) \quad (1.13)$$

и оценивать параметры $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ этого разложения по имеющейся обучающей выборке наблюдений $x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}, \dots$ [340].

Основная идея методов обучения, предложенных в [3, 4], основана на построении в каждой i -й точке обучающей последовательности $x_i^{(N)}$ потенциальных функций $U(x^{(N)}, x_i^{(N)})$, заданных на всем пространстве X и зависящих от $x_i^{(N)}$, как от параметра. Если собственные области классов $X_1^{(N)}$ и $X_2^{(N)}$ в пространстве X удовлетворяют так называемым условиям компактности [3], то суммирование функций $U(x^{(N)}, x_i^{(N)})$ отдельно для наблюдений первого и второго классов позволяет построить две функ-

ции

$$U_1(x^{(N)}) = \sum_{x_i^{(N)} \in V_1} U(x^{(N)}, x_i^{(N)}); \quad U_2(x^{(N)}) = \sum_{x_i^{(N)} \in V_2} U(x^{(N)}, x_i^{(N)})$$

и использовать их в решающем правиле вида

$$s = \tilde{D}(x^{(N)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } U_1(x^{(N)}) > U_2(x^{(N)}), \\ 2, & \text{если } U_1(x^{(N)}) < U_2(x^{(N)}). \end{cases}$$

Разновидности алгоритмов, реализующих метод потенциальных функций, отличаются способом выбора параметров g_i, r_i базовой рекуррентной процедуры

$$\tilde{f}_{i+1}(x^{(N)}) = g_i \tilde{f}_i(x^{(N)}) + r_i U(x_i^{(N)}, x^{(N)}),$$

обеспечивающей последовательное приближение неизвестной разделяющей функции $f(\cdot)$.

В работе [233, с. 331] показано, что ряд алгоритмов метода потенциальных функций эквивалентны процедуре стохастической аппроксимации Роббинса-Монро [354], которую можно непосредственно использовать для приближения оптимальной разделяющей функции (1.11). Как следует из [234, с. 90], условие минимума квадратичного функционала

$$J(\alpha) = \int_{x^{(N)}} [f(x^{(N)}) - f(x^{(N)}, \alpha)]^2 dx^{(N)},$$

характеризующего степень уклонения функций (1.11) и (1.13), можно свести к условию

$$M\{\delta - \alpha^T \varphi(x^{(N)})\varphi(x^{(N)})\} = 0, \quad (1.14)$$

где M — знак математического ожидания, а δ — случайная функция (указания учителя) вида ¹

$$\delta = \begin{cases} +1, & \text{если } x^{(N)} \in V_1, \\ -1, & \text{если } x^{(N)} \in V_2. \end{cases} \quad (1.15)$$

¹ Поскольку в общем случае допускается, что собственные области классов пересекаются, т. е. $X_1^{(N)} \cap X_2^{(N)} \neq \emptyset$, то при одном и том же значении $x^{(N)} \in X_1^{(N)} \cap X_2^{(N)}$ функция δ может принимать различные значения в соответствии с (1.15).

Согласно [235] оптимальное значение вектора параметров α_{opt} , обеспечивающего минимум функционала (1.14), может быть получено с помощью итеративной процедуры

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \Gamma_i [\delta_i - \alpha_{i-1}^T \varphi(x_i^{(N)}) \varphi(x_i^{(N)})], \quad (1.16)$$

где Γ_i — диагональная матрица, элементы которой удовлетворяют известным условиям Дворецкого [274].

Вполне понятно, что при решении практических задач для построения решающего правила может быть использована лишь конечная обучающая выборка $x_1^{(N)}, \dots, x_W^{(N)}$ с указаниями учителя $\delta_1, \dots, \delta_W$. Поскольку процедура стохастической аппроксимации асимптотически оптимальна, т. е. позволяет найти оптимальное значение α_{opt} лишь при $i \rightarrow \infty$, совершенно очевидно, что значение $\alpha = \alpha_W$, найденное на W -м шаге с помощью процедуры (1.16), вообще говоря, может отличаться от оптимального значения $\alpha_{\text{opt}}(W)$, при котором оценка

$$\hat{J}(\alpha, W) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^W [\delta_i - \alpha^T \varphi(x_i^{(N)})]^2 \quad (1.17)$$

функционала (1.14) по конечному числу W наблюдений будет минимальной [122].

Для разрешения этой проблемы существует несколько возможностей. Одна из них состоит в циклическом повторении имеющихся в распоряжении данных [123], что требует запоминания сразу всей имеющейся последовательности и, как справедливо замечено в [39, с. 85], сразу же лишает итеративную процедуру (1.16) ее основного смысла.

Вторая возможность — применение вместо (1.16) так называемых локально-оптимальных процедур стохастической аппроксимации, которые, однако, требуют значительных вычислений, связанных с обращением на каждом i -м шаге итерации матрицы Калмана [234, с. 40]:

$$\Gamma_i^{\text{opt}} = \left[\sum_{j=1}^i \varphi(x_j^{(N)}) \varphi^T(x_j^{(N)}) \right]^{-1}. \quad (1.18)$$

Поэтому более практичным методом определения оптимального значения $\alpha_{\text{opt}}(W)$, доставляющего минимум функционалу (1.17),

является подход, рассмотренный нами в работе [220], который непосредственно опирается на метод наименьших квадратов и позволяет получить выражение для определения $\alpha_{\text{opt}}(W)$ в явном виде:

$$\alpha_{\text{opt}}(W) = \left[\sum_{i=1}^W \varphi(x_i^{(N)}) \varphi^T(x_i^{(N)}) \right]^{-1} \sum_{i=1}^W \delta_i \varphi(x_i^{(N)}). \quad (1.19)$$

Заметим, что разделяющая функция $\alpha_{\text{opt}}^T \varphi(x^{(N)})$, построенная из условия минимума (1.17), не всегда позволяет разделить множества $X_1^{(N)}$, $X_2^{(N)}$, даже если их можно полностью разделить функцией вида $\alpha^T \varphi(x^{(N)})$ [227, 233]. В связи с этим, несмотря на удобство квадратичного функционала (1.17) как универсального средства решения оптимизационной задачи приближения функций, на практике часто приходится использовать алгоритмы обучения, в основу которых положены иные критерии.

В последнее время также популярны методы распознавания на основе обучаемых нейронных сетей [351], нечетких правил [175, 258, 288] и даже так называемые генетические алгоритмы [253].

Разумеется, эффективность построения диагностического правила существенным образом зависит от объема W обучающей выборки. При этом до сих пор не существует методов, позволяющих в условиях ограниченной априорной информации обосновать выбор базисных функций $\varphi_1(x^{(N)}), \dots, \varphi_K(x^{(N)})$, фигурирующих в (1.13), и, как справедливо отмечено в [3, с. 57], на практике чаще всего приходится осуществлять такой выбор, опираясь лишь на интуицию, опыт и некоторые неформальные соображения.

Известно также, что расширение класса базисных функций неизбежно требует существенного увеличения объема W обучающей выборки [39, с. 95]. Поэтому при малом объеме данных часто не остается ничего иного, как ограничиться классом линейных функций $\tilde{f}(x^{(N)}) = \alpha_N x_N + \dots + \alpha_1 x_1 + \alpha_0$ [83, 170, 228, 342], если, конечно, нет веских оснований для выбора более «сложных» дискриминантных функций [26].

В последнее время внимание специалистов привлекают так называемые коллективные (комбинированные) классификаторы [18, 165, 335], суть которых состоит в интеграции частных реше-

ний, принимаемых отдельными классификаторами. Приобрели известность различные подходы к интеграции частных решений.

В одних случаях предлагается использовать метод голосования (*majority vote method*) [313, 350] или ранжирования (*label ranking method*) [251, 302], в других — схемы, основанные на усреднении или линейной комбинации апостериорных вероятностей, которые оцениваются отдельными классификаторами [299, 385], либо алгоритмы нечетких правил (*fuzzy rules*) [265]. Предлагается также проводить независимое обучение комбинированного классификатора на нейронных сетях, рассматривая частные решения как комплексные признаки [315, 383]. Развиваются также подходы, основанные на выделении в пространстве наблюдений локальных областей, в каждой из которых только один из частных классификаторов «компетентен» принимать решение [165, 384].

Все эти работы представляют несомненный теоретический интерес и позволяют обосновать выбор той или иной схемы интеграции, когда известны формальные алгоритмы, положенные в основу частных классификаторов.

Однако при построении ИТ оценки состояния объектов часто требуется сформировать коллективное решение, основанное на интеграции частных решений отдельных эвристических алгоритмов. Разумеется, и в этих практически важных случаях требуется обоснованный подход к интеграции частных решений. Например, какое окончательное решение должно быть принято, если в результате независимого обследования одна часть специалистов (экспертов) признала пациента здоровым, а другая — больным?

Оригинальные результаты исследования этих вопросов будут представлены в главе 5.

1.4. Анализ свойств сигналов как метод формирования диагностических признаков

Выбор адекватного множества диагностических признаков представляет собой одну из наиболее трудных проблем, с которой приходится сталкиваться конструктору ИТ при решении задач медицинской и технической диагностики [28, 52, 105]. Универсальных методов разрешения этой проблемы не существует, поскольку каждый объект, а значит, и порождаемый им сигнал уникальны.

В условиях ограниченной априорной информации, когда заранее не известен набор так называемых физических признаков

[194, с. 263], общая проблема формирования пространства признаков разрешается в два этапа. На первом этапе в исходное пространство признаков включается любое свойство сигнала, которое предположительно несет информацию о состоянии объекта. И только на втором этапе решается задача минимизации (селекции) признаков с использованием тех или иных формальных приемов.

В теории цифровой обработки сигналов разработано огромное количество универсальных методов анализа свойств сигналов [63, 87, 115, 144, 145, 154, 174]. При ограниченной априорной информации эти методы могут быть рассмотрены как инструмент формирования исходного пространства так называемых математических признаков [194, с. 263].

Поскольку в рамках ограниченного обзора невозможно перечислить известные подходы к анализу свойств сигналов различной физической природы, дадим лишь краткую характеристику некоторым из них, остановившись на деталях, которые нам понадобятся в дальнейших исследованиях.

1.4.1. Анализ гармонических компонент сигнала

Довольно часто ценная информация, которую сложно получить при амплитудно-временном представлении сигнала, может быть получена при его представлении в частотной области [21, 28, 103, 144, 260]. Для такого перехода используются методы спектрального анализа, позволяющие оценить частоты, амплитуды и начальные фазы гармонических составляющих сигнала.

В основе традиционного спектрального анализа лежит теория преобразования Фурье, история которой началась еще в 1822 г., когда французский математик Жан Батист Жозеф Фурье заметил, что практически любая периодическая функция $y(t)$ может быть разложена в тригонометрический ряд [167]:

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi t}{T} n + b_n \sin \frac{2\pi t}{T} n \right),$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ — период функции; ω — круговая частота; f — частота Гц. На основании известной формулы Эйлера ряд Фурье может быть представлен в комплексной форме [116]:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n e^{i(2\pi n f)t},$$

причем комплексные числа Y_n (комплексные амплитуды гармонических составляющих) вычисляются по формуле

$$Y_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t) e^{-i(2\pi n f)t} dt.$$

Таким образом, частотный спектр периодического сигнала состоит из частот $f_n = nf$, $n = 0, 1, 2, \dots$, кратных его основной (базовой) частоте f , причем, если комплексную амплитуду Y_n

представить в экспоненциальной форме $Y_n = \frac{C_n}{2} e^{i\varphi_n}$, то величина C_n представляет собой амплитуду гармонической составляющей с частотой $f_n = nf$, а φ_n — начальную фазу этой гармоники, имеющей форму косинусоиды $C_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n)$.

Много лет спустя сформулированное Ж. Фурье свойство периодических функций было обобщено на непериодические функции. Именно это обобщение и принято называть преобразованием Фурье [167], которое трактуется как взаимно однозначный переход от некоторой функции $y(t)$ действительного аргумента t (не обязательно времени) к другой функции $Y(f)$, аргумент которой $f = 1/t$. В частном случае, когда t — время, преобразование Фурье дает частотное представление сигнала $y(t)$. Формально такое преобразование определяется соотношениями

$$Y(f) = \Phi[y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-i(2\pi f)t} dt, \quad y(t) = \Phi^{-1}[Y(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(f) e^{i(2\pi f)t} df,$$

которые справедливы, если функция $y(t)$ ограничена, кусочно-непрерывна и имеет конечное число экстремумов (условия Дирихле) [352]. Эти соотношения принято называть соответственно прямым и обратным преобразованиями Фурье [116].

Дальнейшее развитие теории преобразований Фурье заключается в его обобщении на важный в практическом плане случай

дискретной функции [87] $y(t) \rightarrow y(t_k)$, представленной конечной последовательностью значений $y_k \equiv y(t_k)$ в равноотстоящие моменты времени $t_k \equiv k\Delta$, $k = 0, 1, \dots, K-1$, где Δ — шаг квантования по времени. Прямое и обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ) реализуется на основе соотношений [283]:

$$Y_n = \sum_{k=0}^{K-1} y_k e^{-2\pi i n k / K}, \quad (1.20)$$

$$y_k = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} Y_n e^{2\pi i n k / K}. \quad (1.21)$$

Как видно из (1.20), прямое ДПФ позволяет разложить (декомпозировать) сигнал Y_k , зафиксированный с шагом квантования Δ в K точках ограниченного временного интервала $K\Delta$ (в секундах), на K гармонических компонент [116] с частотами (в герцах):

$$f_n = \frac{n}{K\Delta}, \quad n = -K/2, \dots, 0, \dots, K/2. \quad (1.22)$$

При этом выполняется условие симметрии комплексных амплитуд гармонических компонент, т. е. $Y_{-n} = Y_{K-n} \quad \forall n = 1, \dots, K/2$.

Переломным этапом в развитии преобразований Фурье стала работа [269], в которой впервые был предложен быстрый алгоритм вычисления ДПФ, впоследствии названный алгоритмом БПФ — быстрого преобразования Фурье (**FFT** — *Fast Fourier Transformation*).

Главная идея БПФ основана на применении рекурсивной процедуры вычисления дискретного преобразования Фурье K -точечного сигнала суммой двух ДПФ, вычисленных отдельно для четных и нечетных точек. Такая процедура позволяет уменьшить число вычислительных операций с $2K^2$ до $2K \log_2 K$, если K — целая степень 2. Поскольку процедура преобразования Фурье линейна, легко показать, что алгоритм БПФ можно использовать при любом числе точек, доопределив нулями недостающие члены временного ряда до ближайшего K , кратного двум.

В настоящее время известно множество модификаций алгоритмов БПФ [262, 263], которые применяют для обработки сигналов различного физического происхождения.

Следует, однако, заметить, что практическое использование алгоритмов **БПФ** связано с рядом известных ограничений. Как будет показано в главе 4, при обработке элементарного гармонического сигнала $y_k = A \sin 2\pi f_c k$, $k = 1, 2, \dots, K$, заданного конечным числом K дискретных значений, алгоритм позволяет определить амплитуду A и частоту f_c лишь в том случае, когда f_c в точности совпадает с одной из частот (1.22).

Поскольку на практике такой случай является скорее редким исключением, чем правилом, указанная особенность алгоритмов **БПФ**, вообще говоря, ограничивает область их непосредственного применения для задач выявления гармонических компонент в обрабатываемом сигнале, в частности гармонических помех.

Именно поэтому в ряде работ для задач гармонического анализа предлагается использовать иные подходы, например гармонический алгоритм **МГУА** [62, 240]. Однако эти алгоритмы обладают существенно меньшим быстродействием по сравнению с алгоритмами **БПФ**. К тому же, как показали исследования, проведенные в работе [363], гармонический алгоритм **МГУА** позволяет достаточно точно оценить частотные компоненты дискретного сигнала y_k , $k = 1, \dots, K$ лишь при весьма малых значениях K и невысоком уровне помех.

Второе известное ограничение, вытекающее из самой сути преобразования Фурье, заключается в том, что функция, полученная в результате этого преобразования, зависит от частоты, но не зависит от времени. Отсюда следует, что построенные на основании **БПФ** спектры стационарного полигармонического сигнала $y_1(t) = \sum_{i=1}^M A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$ в виде суммы M различных гармоник, присутствующих на всем интервале наблюдения $0 < t < t_0$, и нестационарного гармонического сигнала

$$y_2(t) = \begin{cases} A_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1), & t \in [0, t_1], \\ A_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2), & t \in (t_1, t_2], \\ \dots \\ A_M \cos(2\pi f_M t + \varphi_M), & t \in (t_{M-1}, t_M], \end{cases} \quad (1.23)$$

который представляет собой последовательное «переключение» элементарных гармонических колебаний, окажутся практически неразличимы.

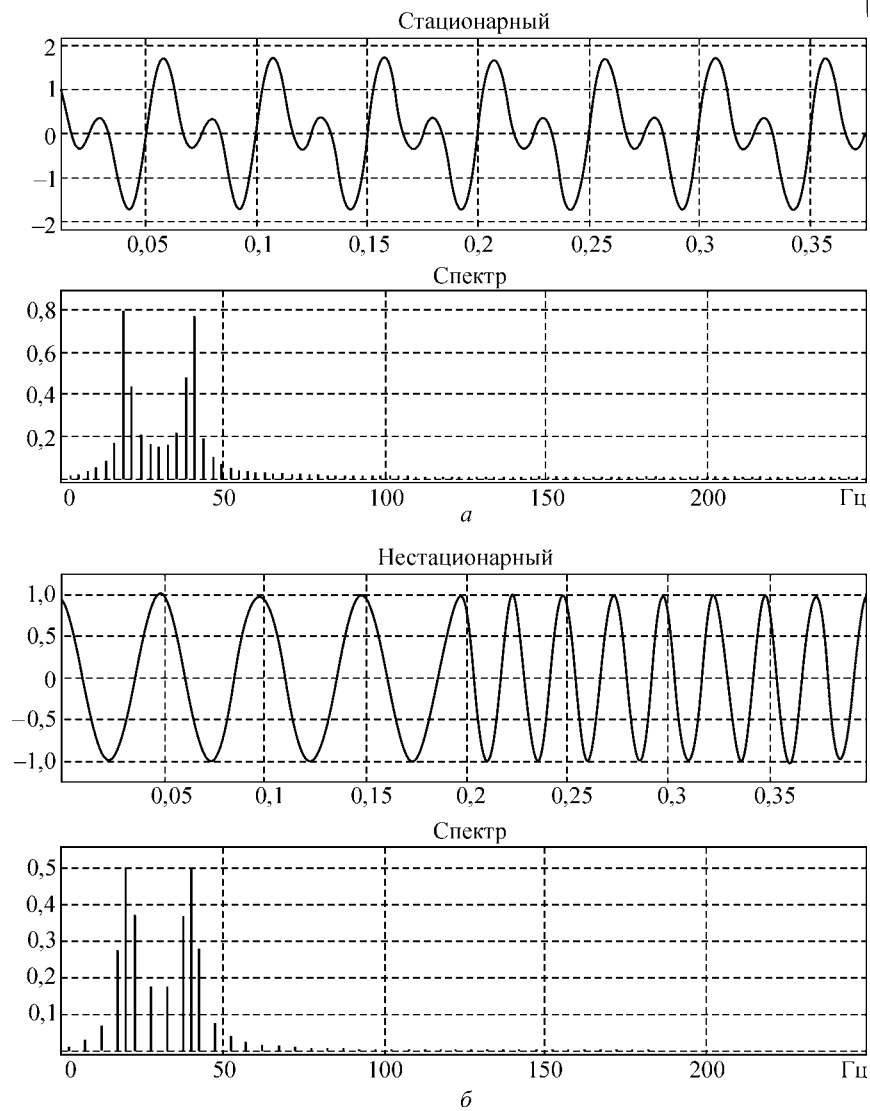


Рис. 1.3. Спектры стационарного (*a*) и нестационарного (*б*) сигналов с одинаковыми частотами и амплитудами

Для иллюстрации этого эффекта на рис. 1.3 представлены спектры стационарного гармонического сигнала, состоящего из суммы двух гармоник с частотами 20 и 40 Гц (*a*) и нестационар-

ного сигнала, в котором вначале присутствовала только гармоника с частотой 20 Гц, а затем — 40 Гц (б). Видно, что различия спектров этих сигналов незначительны.

Поскольку преобразование Фурье не позволяет локализовать во времени частотные компоненты, то это накладывает известное ограничение на область его практического применения только для анализа стационарных сигналов. В то же время многие реальные сигналы имеют сложные частотно-временные характеристики и, как правило, состоят из короткоживущих высокочастотных и долговременных низкочастотных компонент.

Для анализа таких сигналов необходимо обеспечить хорошее разрешение и по частоте, и по времени. Первое требуется для локализации низкочастотных составляющих, второе — для разрешения компонент высокой частоты.

Один из известных подходов к анализу гармонических компонент нестационарных сигналов, который был предложен в 1948 г. Денисом Габаром, получил название «локальное преобразование Фурье» (STFT — *Short-Time Fourier Transformation*) [248, 249, 271]. В соответствии с этим подходом нестационарный сигнал $y(t)$ предполагается стационарным для некоторых локальных областей времени (фреймов), в каждой из которых вычисляется преобразование Фурье обычным способом. Результатом преобразования является функция $\Phi_w(f, t)$, зависящая как от частоты, так и от времени:

$$\Phi_w(f, t) = \int [y(t)w(t - \tau)e^{-2\pi i f \tau}] d\tau, \quad (1.24)$$

где $w(\cdot)$ — так называемая функция окна. Чаще всего в качестве

$w(\cdot)$ используется гауссова функция $w(t) = e^{-\frac{at^2}{2}}$, в которой параметр a определяет ширину окна.

На первый взгляд может показаться, что на основе преобразования (1.24) можно получить представление о том, какие именно гармонические компоненты присутствуют в сигнале $y(t)$ в каждый момент времени. Однако в соответствии с расширенным толкованием фундаментального принципа неопределенности Гейзенберга [112] такое заключение неверно. Относительно рассматриваемой проблемы из этого принципа следует, что невозможно определить точное значение частотных компонент сигнала в фиксированный момент времени, а можно лишь получить представление об определенном диапазоне частоты f на некотором интервале времени t .

Отмеченный факт прямо следует из процедуры (1.24) для вычисления локального преобразования Фурье: при увеличении ширины окна улучшается разрешающая способность по частоте f , но теряется разрешение по времени t , а при уменьшении параметра a происходит обратный эффект.

Этот факт наглядно иллюстрирует рис. 1.4, на котором представлены результаты обработки одного и того же сигнала с различной шириной функции окна [348]. В качестве модельного использовался нестационарный гармонический сигнал (1.23) при $M = 4$ ($f_1 = 75$ Гц, $f_2 = 50$ Гц, $f_3 = 30$ Гц, $f_4 = 20$ Гц).

Видно, что при широкой функции окна ($a = 0,00001$) результат обработки имеет высокое разрешение по частоте, но низкое по времени (рис. 1.4, а), а при узкой функции окна ($a = 0,001$) — высокое разрешение по времени, но низкое по частоте (рис. 1.4, б).

Таким образом, при использовании **STFT** конструктор прикладной информационной технологии неизбежно сталкивается с проблемой выбора оптимального значения ширины окна, которая не может быть разрешена формальными методами.

Для преодоления этого недостатка в последние годы используется новый подход к анализу сигналов, названный вейвлет-преобразованием (**WT — Wavelet Transformation**) [305, 321, 361, 375, 377].

Этот подход предусматривает разложение нестационарного во времени сигнала $y(t)$ по базисным функциям, полученным сжатиями, растяжениями и сдвигами некоторого прототипа (так называемого материнского вейвлета). Согласно [377] адекватный решаемой задаче выбор материнского вейвлета дает хорошее разрешение и по времени, и по частоте.

В отличие от локального преобразования Фурье, **WT** позволяет проводить анализ сигнала со многими уровнями разрешения (**multiresolution analysis**), причем при больших значениях f метод обеспечивает высокую разрешающую способность по времени t , но низкую по частоте f , а при малых значениях f — высокую разрешающую способность по частоте, но низкую по времени.

Формально вейвлет-преобразование представляет собой функцию двух переменных

$$\Phi_{\Psi}(\tau, w) = \frac{1}{\sqrt{|w|}} \int_t y(t) \Psi\left(\frac{t-\tau}{w}\right) dt, \quad (1.25)$$

где $\Psi(\cdot)$ — материнский вейвлет; τ — сдвиг по времени; w — масштаб преобразования.

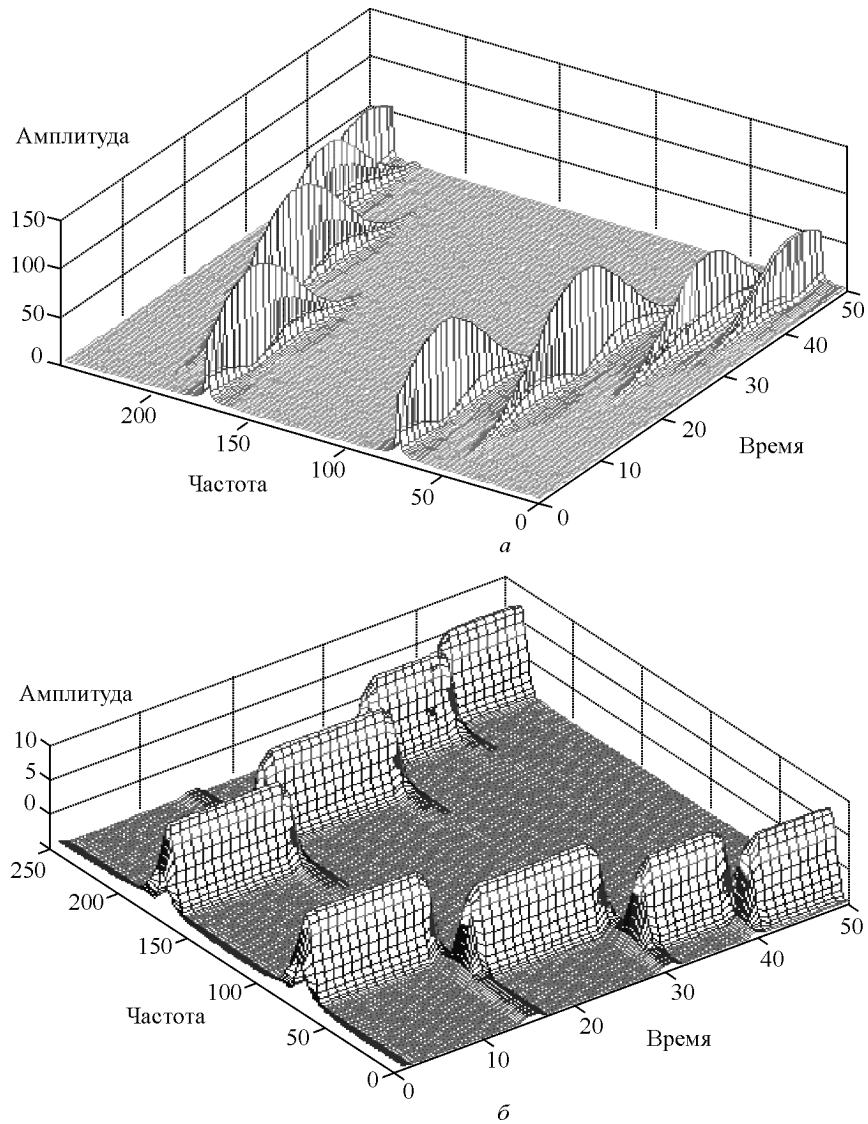


Рис. 1.4. Спектры нестационарного гармонического сигнала на основе STFT при широкой (а) и узкой (б) функции окна

К настоящему времени известны различные типы материнских вейвлетов $\Psi(\cdot)$ [344], однако на практике наибольшую популярность получили вейвлет-сомбреро (*Mexican hat*) в виде действительной функции

$$\Psi_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi w^3}} e^{-\frac{t^2}{2w^2}} \left(\frac{t^2}{w^2} - 1 \right),$$

представляющей собой вторую производную функции Гаусса, и вейвлет Морле (*Morlet wavelet*) в виде комплексной функции

$$\Psi_2(t) = e^{i\omega t} e^{-\frac{t^2}{2w}},$$

где ω — круговая частота; w — параметр масштаба.

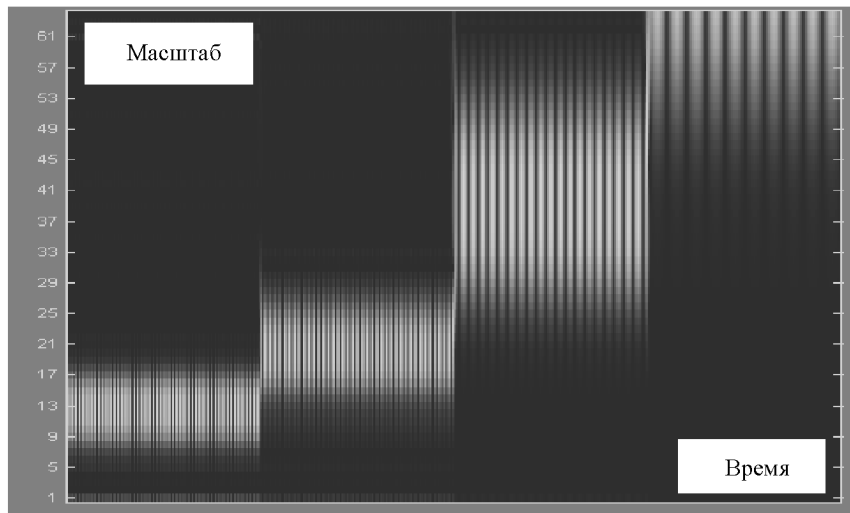
Параметр w имеет такой же смысл, как величина масштаба географической карты: большие значения w дают глобальное представление о низкочастотных компонентах $y(t)$, а малые значения детализируют высокочастотные компоненты $y(t)$.

Для дискретного сигнала y_k , представленного конечной последовательностью значений в равноотстоящие моменты времени $t_k \equiv k\Delta$, $k = 0, 1, \dots, K-1$, результат оценки непрерывного вейвлет-преобразования (CWT — *Continuous Wavelet Transform*) представляет собой матрицу коэффициентов $\|\Psi_{kj}\|$, вычисленных для различных моментов времени t_k при разных значениях масштаба w_j , $j = 1, \dots, W$, где W — число уровней детализации.

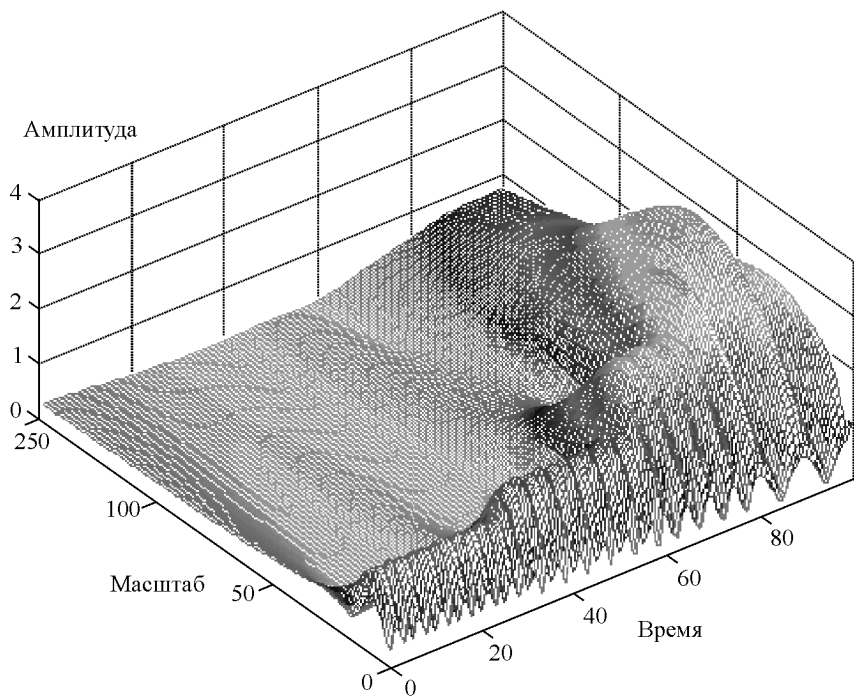
На рис. 1.5 показаны два способа визуализации результатов вычисления коэффициентов CWT для нестационарного гармонического сигнала типа (1.23) при $f_1 = 30$ Гц, $f_2 = 20$ Гц, $f_3 = 10$ Гц, $f_4 = 5$ Гц.

Практическое применение вейвлет-преобразования ограничено тем, что при больших значениях K и W вычисление матрицы $\|\Psi_{kj}\|$ занимает значительное время даже на современных компьютерах. Существенное ускорение процедуры обработки дает предложенный в работе [321] алгоритм, впоследствии названный «дискретное вейвлет-преобразование» (DWT — *Discrete Wavelet Transform*).

Главная идея DWT — декомпозиция обрабатываемого сигнала $y(t)$ на две составляющие:



a



б

Рис. 1.5. Графическое представление вейвлет-преобразования:
a — двумерное представление; *б* — трехмерное представление

$$y(\cdot) = a_1 + d_1,$$

где a_1 — приближение сигнала (*approximations*); d_1 — детали (*details*). При этом считается, что a_1 характеризует протяженные во времени низкочастотные компоненты, а d_1 — кратковременные высокочастотные компоненты.

Для декомпозиции применяются процедуры прореживания данных с последующей фильтрацией нижних и верхних частот. Их многократное продолжение к найденному приближению позволяет получить различные уровни детализации $y(t)$ в виде так называемого дерева WT.

Следует, однако, заметить, что при использовании вейвлет-преобразования конструктор прикладной ИТ сталкивается с непростыми проблемами, главными из которых являются:

а) выбор вида функции Ψ : хотя число стандартных вейвлет-прототипов достигает уже нескольких десятков, в ряде случаев приходится создавать свой собственный вейвлет, который обеспечит бы его адекватность обрабатываемому сигналу [142];

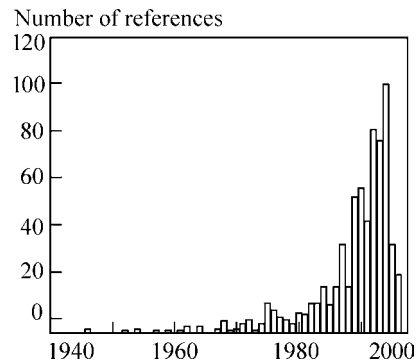
б) селекция оптимальной совокупности коэффициентов вейвлет-преобразования, которые могут быть использованы в качестве диагностических признаков: исходное число коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования равно числу K дискретных значений сигнала, что исключает возможность полного перебора при больших значениях K ;

в) определение оптимальной конфигурации дерева декомпозиции дискретного вейвлет-преобразования [266].

Поскольку разрешение этих проблем не может быть обеспечено формальными методами, на практике конструктор ИТ чаще всего полагается на интуицию [257] и методом проб и ошибок ищет приемлемое решение задачи, которое не всегда достижимо.

Возможно, поэтому после бурного «всплеска» практический интерес исследователей к вейвлет-преобразованию постепенно угасает, о чем свидетельствуют данные библиографических исследований (рис. 1.6).

Рис. 1.6. Распределение публикаций по вейвлет-преобразованиям [304]



1.4.2. Структурный анализ сигналов сложной формы

Оценка состояния многих технических и биологических объектов может быть основана на анализе признаков, которые сосредоточены на малых участках (фрагментах) области определения наблюдаемого сигнала [33, с. 327]. При этом форма таких сигналов достаточно сложна в том смысле, что невозможно адекватно описать такой сигнал аналитической функцией, заданной с точностью до небольшого числа параметров. Будем в дальнейшем называть такие сигналы сигналами с локально сосредоточенными признаками.

Примером сигнала с локально сосредоточенными признаками является термограмма кристаллизации металла. На ней в результате термических эффектов фазовых превращений образца наблюдаются характерные фрагменты, амплитудно-временные параметры которых несут информацию о химическом составе и позволяют прогнозировать механические свойства металла [306, 307].

Другим характерным примером является электрокардиограмма (ЭКГ) — кривая изменения во времени суммарного электрического потенциала, возникающего в сердечной мышце за счет движения ионов через мышечную мембрану [137]. Амплитудно-временные параметры характерных фрагментов ЭКГ несут ценную информацию о состоянии сердца [79, 231].

К анализу значений локально сосредоточенных признаков сводятся задачи компьютерной обработки многих других физиологических сигналов, в частности, реограмм [113, 189], сфигмограмм [45], балистокардиограмм [13], сейсмокардиограмм [14], пульсограмм [124], магнитокардиограмм [158, 366], электроэнцефалограмм [171] и т. п.

Классические методы цифровой обработки сигналов, в частности, разложения по ортогональным базисам [145], которые дают «интегральное» представление о компонентах сигнала на всей области определения, неэффективны для анализа подобных сигналов, поскольку локальные вариации признаков на ограниченных фрагментах мало сказываются на коэффициентах разложения. Однако, как будет показано далее, даже незначительные изменения формы локальных фрагментов таких сигналов обладают диагностической ценностью.

Для анализа сигналов с локально сосредоточенными признаками, которые имеют сложную структуру [133], применяется из-

вестный подход, использующий понятия формальных языков [244]. В различных публикациях такой подход называют лингвистическим [85, 134, 138, 343], структурным [33, 155, 226, 298] или синтаксическим [292].

Применительно к анализу временных сигналов структурный подход предполагает сегментацию (расчленение) сигнала на последовательность отдельных фрагментов, отражающих чередование элементарных событий в ходе развития исследуемого физического процесса [136]. Тем самым осуществляется переход от i -й реализации y_i сигнала, наблюдаемого на ограниченном временном интервале $t \in [0, T]$, к предложению (слову), $S_i = b_1 b_2 \dots b_{K_S}$, представляющему собой конечную цепочку символов $b_j \in B$, $j = 1, \dots, K_S$ из алфавита B «названий» фрагментов. Множество $\{S_i\}$ всевозможных предложений (не обязательно конечное) образует формальный язык, для которого строится грамматика в виде четверки [292]:

$$G = \langle \Omega_N, \Omega_T, P_G, S_0 \rangle,$$

где Ω_N — множество нетерминальных символов (переменных); Ω_T — множество терминальных символов (констант), $\Omega_T \cup \Omega_N = B$, $\Omega_T \cap \Omega_N = \emptyset$; P_G — множество грамматических правил (правил подстановки); $S_0 \in \Omega_N$ — начальный (корневой) нетерминальный символ.

Существуют различные типы грамматик (обобщенная, НС-грамматика, контекстно-свободная, автоматная), которые различаются способом формирования множества P_G правил допустимых подстановок [226]. В свою очередь, язык $L(G)$, порождаемый грамматикой G , представляет собой множество цепочек $\{S_i\}$, каждая из которых составлена только из терминальных символов и может быть выведена из S_0 соответствующим применением правил подстановки из множества P_G [194, с. 339].

Тогда, если для каждого состояния объекта V_1, \dots, V_M удастся построить грамматику G_m , ($m = 1, \dots, M$), которая порождает язык $L(G_m)$ описания сигналов, свойственных этому состоянию, то для косвенной оценки текущего состояния объекта достаточно провести грамматический разбор цепочки фрагментов $S_i =$

$= b_1 b_2 \dots b_{K_S}$, соответствующей наблюдаемому сигналу $y_i(\cdot)$, т. е. принять решение в пользу состояния V_m , если $S_i \in L(G_m)$.

Дальнейшим обобщением лингвистического подхода является введение представлений о стохастических грамматиках [287], которые, в отличие от детерминированных, используют случайные правила подстановок в соответствии с множеством вероятностных мер Q_G , заданных на множестве правил P_G :

$$G = \langle \Omega_N, \Omega_T, P_G, Q_G, S_0 \rangle.$$

В большинстве работ, посвященных структурному анализу сигналов, предполагается, что алфавит B эталонных фрагментов заранее известен [33, с. 329], а конструирование грамматик G_m , адекватных множеству наблюдаемых сигналов, осуществляется человеком на основе неформальных знаний эксперта в предметной области [40, с. 160].

Несмотря на то, что в ряде работ, например в [259, 295], даны основные теоретические положения общей постановки проблемы восстановления грамматик по обучающей выборке наблюдений, как отмечается в [194, с. 371], до сих не существует универсальных приемов, которые можно было бы считать приемлемыми для разрешения этой достаточно серьезной проблемы. Можно привести лишь отдельные удачные примеры применения структурного анализа для обработки конкретных сигналов.

Так, в работах [33, 133, 134, 138] предложены методы автоматического построения описания структурных сигналов, основанные на выделении фрагментов «простого» и «сложного поведения». Границы фрагментов определяются по локальным экстремумам так называемой функции сложности $\Phi(y(t), \omega_j)$, которая последовательно вычисляется на элементарных участках $\omega_j = (t_j, t_{j-1})$ области определения обрабатываемого $y(t)$.

В качестве функций сложности предлагается использовать скалярное произведение вектора $g_j = (\tilde{y}_{j1}, \dots, \tilde{y}_{jL_\omega})$ нормированных дискретных значений сигнала на участке ω_j и среднего между соседними векторами g_{j-1} и g_{j+1} :

$$\Phi(\omega_j) = (g_j, 0,5 (g_{j-1} + g_{j+1})),$$

либо норму остаточной невязки

$$\Phi(\omega_j) = \sqrt{\sum_{s=1}^{L_{\omega_j}} (y_{js} - \sum_{i=1}^K c_{ji} \varphi_{is})^2},$$

характеризующую качество локальной аппроксимации сигнала на участке ω_j по системе ортонормированных векторов $\varphi_1 = (\varphi_{11}, \dots, \varphi_{1L_{\omega_j}})$, ..., $\varphi_K = (\varphi_{K1}, \dots, \varphi_{KL_{\omega_j}})$, и ряд других функций, которые могут использоваться как независимо, так и в качестве обобщенной функции сложности, построенной на их основе [33, с. 347].

После сегментации $y(t)$ на ряд чередующихся простых и сложных фрагментов проводится их кластеризация и приписывание одинаковых имен фрагментам, имеющим близкую форму. Тем самым формируется алфавит B символов (наименований фрагментов), цепочки которых используются для структурного представления сигнала.

Как отмечают авторы метода [33, с. 358], платой за простоту служит весьма высокий уровень требуемых априорных сведений о модели обрабатываемого сигнала. Поэтому эти методы мало пригодны для обработки ЭКГ и других физиологических сигналов, а попытка их использования на практике приводит к обнаружению множества ложных фрагментов [242].

Структурный анализ сигналов рассматривают также с позиций обнаружения моментов изменения (разладки) вероятностных свойств наблюдаемого стохастического процесса [22, 30, 135, 238, 254, 318, 333, 345]. Общая постановка такой задачи требует проверки статистической гипотезы H_0 о постоянстве условного распределения для всех точек сигнала

$$P(y_k / y_{k-1}, \dots, y_0) = P_0, \quad 0 \leq k \leq K-1,$$

против гипотезы H_1 о существовании одного или нескольких моментов времени t_r (точек разладки), при которых происходят изменения условного распределения, т. е.

$$P(y_k / y_{k-1}, \dots, y_0) = P_1, \quad 0 \leq k < r,$$

$$P(y_k / y_{k-1}, \dots, y_0) = P_2, \quad r \leq k \leq K-1, \quad P_2 \neq P_1.$$

Однако практическое использование этого подхода требует большого объема данных. Для упрощения задачи часто предполагается, что модель случайного процесса известна с точностью

до конечного числа параметров [22]. В этом случае для обнаружения t_r достаточно проверить гипотезу об изменении параметров распределений до и после момента t_r .

Если допустить, что в точке t_r происходит изменение математического ожидания $M[y(t_k)]$, то при нормальном распределении Y_k для решения задачи можно воспользоваться известным критерием Стьюдента [28, с. 107]. Когда же предположение о нормальности не выполняется, предлагается использовать другие критерии или различные эвристические алгоритмы [22].

Получили также известность методы структурного анализа, основанные на модели механизма чередования фрагментов сигнала. Чаще всего такая модель задается в виде цепи Маркова с матрицей условных вероятностей переходов [37, 58—61, 134]. Однако на практике оценить такие вероятности по имеющимся экспериментальным данным сложно.

В работах Т.К. Винцюка [46—49] предложены оригинальные методы поэлементного (фонемного) распознавания речевых сигналов на основе процедур динамического программирования, в которых на этапе обучения, проводимого для конкретного диктора, используются алгоритмы восстановления структуры речевого сигнала в виде кусочно-постоянной модели (эталонной последовательности). Однако этот удачный опыт не может быть использован при обработке ЭКГ и других физиологических сигналов хотя бы потому, что невозможно проводить этап обучения для каждого пациента.

Кроме того, как справедливо отмечается в работе [37], применению метода эталонных последовательностей при обработке реальных ЭКГ препятствуют вычислительные трудности, связанные с большим разнообразием формы каждого из ее информативных фрагментов. Поэтому описание ЭКГ потребовало бы использования большого количества элементарных эталонов, к тому же зависящих от двух параметров — продолжительности и амплитуды, которыми пришлось бы варьировать при построении эталонной последовательности.

Следует также учесть, что на реальных ЭКГ и других сигналах с локально сосредоточенными признаками, как правило, нет четких границ между информативными фрагментами. Даже такая на первый взгляд простая задача, как автоматическое выделение *QRS* комплексов, требует привлечения достаточно слож-

ных вычислительных процедур [140, 252, 316, 320, 338, 347, 374, 386]. Но, тем не менее, существующие компьютерные алгоритмы все же не удовлетворяют требованиям кардиологической практики [320, 368].

Помимо «внутренних» возмущений, искажающих форму информативных фрагментов, в реальных ситуациях обрабатываемый сигнал подвержен влиянию различных «внешних» возмущений в виде гармонических, случайных и импульсных помех, а также других возмущений, не поддающихся контролю [151, 308, 327, 381].

Вообще говоря, восстановление полезного сигнала на фоне помех является классической и многократно исследованной задачей цифровой обработки данных [9, 50, 66, 131, 193, 296, 336]. Однако использование известных алгоритмов частотно-избирательной фильтрации [50, 66, 132] и сглаживания случайных шумов [346, 379] часто приводит к недопустимым искажениям формы информативных фрагментов [151].

Именно поэтому в компьютерных программах анализа и интерпретации ЭКГ часто рекомендуется вообще отказаться от использования традиционных алгоритмов фильтрации [327], а для повышения соотношения сигнал—шум использовать так называемый метод накопления, основанный на усреднении некоторой последовательности типичных циклов ЭКГ [151, 243, 327, 381].

Главной предпосылкой такого подхода является представление наблюдаемого сигнала $y(t_k)$ в виде аддитивной смеси

$$y(t_k) = y_0(t_k) + \xi(t_k) \quad (1.26)$$

полезного сигнала $y_0(t_k)$ и случайной помехи $\xi(t_k)$. Тогда, если допустить, что $\xi(t_k)$ — последовательность независимых нормально распределенных величин с нулевым математическим ожиданием $M_\xi = 0$ и дисперсией σ_ξ^2 , то после усреднения M_c циклов дисперсия отклонений $y(t_k) - y_0(t_k)$ уменьшается до величины σ_ξ^2 / M_c [151].

Однако при обработке реальных сигналов такой привлекательный прием не всегда эффективен. Дело в том, что, согласно современным представлениям физиологов [291], нерегулярность и непредсказуемость частоты сердечных сокращений (ЧСС) являются важными характеристиками здорового организма и от-

ражают способность его регуляторных систем адекватно реагировать на изменения окружающей среды. Чрезмерное снижение изменчивости сердечного ритма (ригидность сердечного ритма) как раз является предвестником многих опасных заболеваний. Наблюдения также показывают [64], что при изменении ЧСС на ЭКГ и других физиологических сигналах происходят неравномерные изменения продолжительностей однотипных фрагментов различных циклов.

Все это приводит к тому, что при использовании примитивных алгоритмов усреднения циклов во временной области происходит «размывание» информативных фрагментов [151] и, как следствие, возникновение ошибок в измерении значений диагностических признаков, сосредоточенных на этих фрагментах, что в конечном итоге снижает достоверность результатов диагностики.

Именно поэтому в гл. 3 будет исследован альтернативный подход к усреднению искаженных реализаций сигналов с локально сосредоточенными признаками.

1.4.3. Анализ свойств сигналов в фазовом пространстве

Изучение поведения динамической системы, описываемой конечным набором параметров состояния x_1, \dots, x_N , удобно проводить в некотором абстрактном пространстве, координатами которого являются эти параметры. Такое N -мерное пространство называется *фазовым пространством*, его координаты — *фазовыми координатами*, а семейство фазовых траекторий, изображающих изменения состояния системы, — *фазовым портретом* [119, с. 61].

В общем случае фазовые траектории с течением времени стягиваются к некоторой области фазового пространства, попав в которую остаются там навсегда. Такая область называется *аттрактором*. Аттракторы бывают статические (фиксированная точка), периодические (предельный цикл) и хаотические (странный аттрактор) [68] (рис.1.7).

Детерминированные системы, имеющие странный аттрактор, демонстрируют поведение, которое внешне напоминает случайный процесс: сплошной спектр мощности, экспоненциально спадающую автокорреляционную функцию и т. п. Однако их динамика детерминирована и воспроизводима при условии точно-

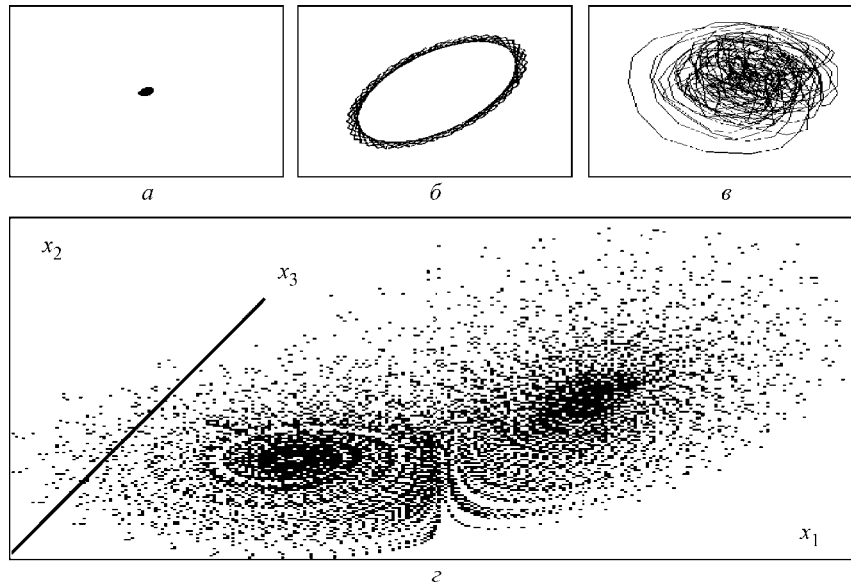


Рис. 1.7. Типы аттракторов:

a — статический; *b* — предельный цикл; *в* — странный аттрактор; *г* — странный аттрактор системы Лоренца

го повторения начальных условий. В 1963 г. Эдвард Лоренц опубликовал статью [319], в которой было показано, что фазовый портрет детерминированной системы, которая описывается тремя дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\sigma x_1 + \sigma x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 x_3 + r x_1 - x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 x_2 - b x_3, \end{cases}$$

при определенных значениях параметров σ , r , b имеет вид странного аттрактора в пространстве фазовых координат x_1 , x_2 , x_3 (см. рис. 1.7, *г*).

Аттрактор Лоренца — первый классический пример детерминированной системы, демонстрирующей хаотическое поведение. Впоследствии изучением подобных процессов занимались многие исследователи. Появились многочисленные научные пу-

бликации, посвященные новому научному направлению — нелинейной динамике [8, 275, 285, 311, 358, 365] и тесно связанной с ней теории фракталов [371].

Согласно определению Бенуа Мандельброта, фракталом называется нерегулярная структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому.

Важное место в нелинейной динамике отводится анализу бифуркаций — моментам перехода системы с одного аттрактора на другой, при которых происходит существенная перестройка динамики системы и даже возникает странный аттрактор [275, 285]. Для оценки степени хаотичности чаще всего вычисляют размерность аттрактора, используя различные численные методы, в частности алгоритм вычисления корреляционной размерности [293]. Интересно, что системы, демонстрирующие периодическую динамику, имеют целочисленную размерность аттрактора, в то время как размерность странного аттрактора — дробная.

Фазовый портрет изучаемой системы можно строить на основании экспериментальных данных. Традиционно для этого используется так называемый метод задержек [68, 225, 353], суть которого состоит в переходе от последовательности y [1], y [2], y [3], ... дискретных значений сигнала $y(t)$ к последовательности D -мерных векторов:

$$z_k = (y_k, y_{k-\tau}, y_{k-2\tau}, \dots, y_{k-(D-1)\tau}),$$

где τ — величина задержки (лаг преобразования).

Теоретической основой такого метода являются теоремы, доказанные в работах [359, 370]. При этом считается, что длина временного ряда должна быть порядка 10^{R_A} , где R_A — оценка размерности аттрактора, а оптимальная величина задержки τ определяется по точке первого пересечения автокорреляционной функции с нулем.

Исследования физиологов показали, что многие сигналы, порождаемые живым организмом, демонстрируют хаотическое поведение и имеют фрактальную структуру [68, 291, 310]. Поэтому большинство прикладных работ, в которых исследуются методы анализа физиологических сигналов в фазовых координатах, посвящены изучению степени хаотичности таких сигналов на основе оценки размерности аттракторов.

Анализ физиологических сигналов в фазовом пространстве координат может быть полезен не только с точки зрения оценки

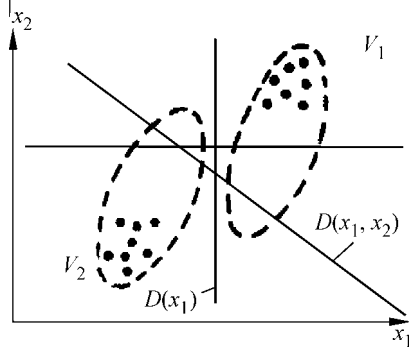


Рис. 1.8. Одномерная и двумерная решающие функции $D(\cdot)$

борки включение в описание бесполезных признаков может нанести вред. Для иллюстрации сказанного рассмотрим наглядный пример (рис. 1.8), приведенный в работе [86, с. 68].

Видно, что использование в линейной решающей функции $D(\cdot)$ только одного признака

x_1 гораздо лучше, чем совокупности $x = (x_1, x_2)$, которая разделяет выборку, но не разделяет генеральную совокупность объектов линейно разделимых классов V_1 и V_2 .

Поскольку конструктор прикладных ИТ довольно часто располагает лишь малой обучающей выборкой, важно иметь средства, позволяющие обоснованно подходить к выбору признаков еще до этапа обучения.

К сожалению, лишь немногие публикации [19, 20, 27, 69, 75, 84, 222, 317] посвящены исследованию свойств, влияющих на диагностическую ценность признаков.

В работе [317] диагностическую ценность признака x_n ,

$1 \leq n \leq N$, входящего в совокупность $x^{(N)} = (x_1, \dots, x_N)$, связывают с количеством информации $I(V, X_n)$, содержащейся во множестве $X_n = \{x_n\}$ возможных значений этого признака относительно множества $V = \{V_1, \dots, V_M\}$ распознаваемых классов. Иными словами, признак считается ценным, если

$$I(V, X_n) = H(V) - H(V / X_n) > 0, \quad (1.27)$$

где $H(V)$ и $H(V / X_n)$ — соответственно начальная и средняя условная энтропии по Шеннону.

Легко показать, что если признак x_n одинаково распределен в классах, т. е.

$$p(x_n / V_1) \equiv p(x_n / V_2), \quad (1.28)$$

то условие (1.27) не выполняется. По определению Бен-Бассата