

*Л.С. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ*, д.т.н., гл.н.с. МНУЦ ИТИС, г. Киев,  
*Т.Ю. БЕКЛЕР*, аспирант МНУЦ ИТИС, г. Киев

## **ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ИССЛЕДОВАНИИ НОВОГО МЕТОДА МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКИ**

В работе рассматриваются результаты исследования метода анализа электрокардиограммы (ЭКГ) в фазовом пространстве на основе оригинальной математической модели порождения сигнала в условиях внутренних и внешних возмущений. Получены зависимости между характеристиками фазового портрета ЭКГ и параметрами ЭКГ во временной области. Ил.: 3. Библиогр.: 10 назв.

**Ключевые слова:** фазовый портрет электрокардиограмма, модель порождения сигнала.

**Постановка проблемы.** Электрокардиография до сих пор остается наиболее распространенным методом диагностики в кардиологии. В то же время известно, что традиционные компьютерные методы анализа и интерпретации ЭКГ во временной области не обеспечивают требуемую достоверность результатов диагностики. Один из новых подходов, подтвердивший свою эффективность в клинических условиях [1], основан на анализе "фазового портрета" ЭКГ с использованием дополнительных диагностических признаков – параметров, характеризующих угол  $W$  ориентации фазового портрета, "дисперсию"  $D$  фазовых траекторий и симметрию  $\beta_T$  фрагмента реполяризации.

Для дальнейшего изучения диагностической ценности этого метода и исследования взаимосвязи параметров  $W$ ,  $D$ ,  $\beta_T$  с параметрами ЭКГ во временной области целесообразно использовать математические модели, позволяющие генерировать в условиях внутренних и внешних возмущений искусственные ЭКГ с реалистической формой информативных фрагментов и заданными амплитудно-временными характеристиками.

**Анализ литературы.** В работах [2 – 4] предложен ряд алгоритмов, основанных на линейной и квадратичной интерполяции элементов ЭКГ. Однако такие модели не позволяют синтезировать сигнал реалистичной формы и моделировать проявления на ЭКГ некоторых патологических состояний сердечно-сосудистой системы.

Более реалистическую форму "идеализированного" цикла ЭКГ обеспечивают модели, в которых отдельные элементы аппроксимируют гауссовы функции [5, 6]. В то же время, рассмотренные в этих работах

алгоритмы не предусматривают порождение последовательности сердечных циклов в условиях действия внутренних и внешних возмущений, что ограничивает их область применения.

В статье [7] исследуется модель ЭКГ, основанная на методах математической реконструкции нелинейной динамической системы. Однако, как указывают сами авторы статьи, для моделирования различных патологий предложенная модель требует существенного усложнения за счет включения дополнительных параметров.

В [8] предложен алгоритм генерации искусственной ЭКГ на основе операторного преобразования над отдельными фрагментами "эталона". И хотя такой подход позволяет синтезировать последовательность искаженных циклов ЭКГ реалистической формы, предложенную модель нельзя в полной мере отнести к генеративным моделям, так как в качестве эталона используется цикл реальной ЭКГ. К тому же данная модель не позволяет имитировать такой важный диагностический предиктор внезапной смерти как альтернацию зубца  $T$  [9], поскольку из-за нарушений непрерывности принципиально не допускает независимых искажений по амплитуде отдельных фрагментов эталона.

Получила известность также динамическая модель генерации искусственной ЭКГ, которая основана на численном решении системы из трех обыкновенных дифференциальных уравнений, порождающих траекторию в трехмерном пространстве координат  $(x, y, z)$  [10]. Цикличность ЭКГ моделируется движением точки в плоскости  $(x, y)$  по траектории переменной длины, а информативные фрагменты каждого цикла моделируются движением отображающей точки в направлении  $z$ .

Следует, однако, заметить, что авторы работы [10] предусмотрели лишь моделирование равномерных изменений продолжительностей циклов, в то время как на реальных ЭКГ при изменении частоты сердечных сокращений (ЧСС) происходят неодинаковые изменения протяженности отдельных фрагментов. Например, продолжительность комплекса  $QRS$  в меньшей степени связана с изменением ЧСС, чем продолжительности зубцов  $P$  и  $T$ .

Таким образом, для корректного решения задач математического моделирования актуальным является усовершенствование известных моделей порождения искусственных ЭКГ.

**Цель статьи** – разработать математическую модель порождения искусственной ЭКГ, наиболее полно описывающую сигналы, которые наблюдаются в реальных условиях, и на основе этой модели исследовать взаимосвязь диагностических признаков ЭКГ при ее традиционном представлении во временной области  $Z(t)$  и в координатах  $Z(t) - \dot{Z}(t)$ .

**Математическая модель генерации искусственной ЭКГ.** На основании аналитического решения одного из дифференциальных уравнений, рассмотренного в работе [10] с использованием приема, описанного в [6], разработана генеративная модель порождения искусственной ЭКГ в виде

$$Z_m(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} \tilde{A}_i[m] \cdot \exp\left[-\frac{(t - \tilde{\mu}_i[m])^2}{2(\tilde{b}_i[m])^2}\right] + h(t), \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i[m] &= A_i \cdot (1 + \alpha_i[m]), \\ \tilde{\mu}_i[m] &= \mu_i \cdot (1 + \delta_i[m]), \\ \tilde{b}_i[m] &= \begin{cases} b_i^{(1)} \cdot (1 + \varepsilon_i^{(1)}[m]), & \text{при } t \leq \mu_i[m], \\ b_i^{(2)} \cdot (1 + \varepsilon_i^{(2)}[m]), & \text{при } t > \mu_i[m]. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Параметры  $A_i$  и  $\mu_i$  определяют амплитуды и моменты времени, когда  $i$ -й информативный фрагмент эталона принимает экстремальное значение, а параметры  $b_i^{(1)}$  и  $b_i^{(2)}$  при  $b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}$  позволяют генерировать несимметричные информативные фрагменты, в том числе, моделировать симметризацию зубца  $T$  под действием нагрузок, что, как показано в работе [1], несет дополнительную диагностическую ценность при выявлении начальных признаков ишемической болезни сердца.

Внутренние возмущения моделируются случайными искажениями параметров  $\tilde{A}_i$ ,  $\tilde{\mu}_i$  и  $\tilde{b}_i[m]$ , для определения которых используются последовательности реализаций независимых одинаково распределенных случайных величин  $\alpha_i[m]$ ,  $\delta_i[m]$ ,  $\varepsilon_i^{(1)}[m]$ ,  $\varepsilon_i^{(2)}[m]$  с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченными дисперсиями, а внешние возмущения моделирует аддитивная функция  $h(t)$ .

Доказано, что функция  $Z(t)$  и ее производная  $\dot{Z}(t)$  непрерывны во всех точках области определения, в том числе, в точках  $t = \mu_i$  разрыва функций  $b_i(t)$ , а значит предложенная математическая модель (1), (2) позволяет порождать реалистические искусственные ЭКГ не только во временной области, но и в фазовых координатах  $Z(t) - \dot{Z}(t)$ .

На основе модели (1), (2) создан программный генератор, который позволяет формировать последовательность дискретных значений искусственной ЭКГ с заданными амплитудно-временными параметрами информативных фрагментов эталона и требуемой степенью искажения

этих параметров. Предусмотрено также моделирование частотных и ограниченных по уровню случайных внешних помех, а также генерация ЭКГ с дрейфом изолинии, экстрасистолами и артефактами.

**Результаты моделирования ЭКГ во временной области и в фазовом пространстве.** На рис. 1 показаны примеры искусственных ЭКГ, сгенерированных моделью (1), (2), которые опытные кардиологи признавали реальными.



Рис. 1. Примеры искусственных ЭКГ во временной области:  
 (а) – синусовая тахикардия; (б) – дрейф изолинии; (в) – частотные помехи;  
 (г) – депрессия сегмента ST, мышечный тремор

Модельные эксперименты еще раз подтвердили, что некоторые традиционные диагностические признаки более выразительно проявляются на фазовом портрете ЭКГ (рис. 2).

Эксперименты также показали, что угол  $W$  ориентации фазового портрета главным образом определяется соотношением амплитуд зубцов  $Q$  и  $S$  (рис. 3), причем статистическую зависимость между этими параметрами с высоким коэффициентом детерминации  $R^2 = 0,986$  описывает уравнение регрессии  $W = 200,85e^{-0,7928\Phi}$ , где  $\rho = Q/S$ .

Аналогичные эксперименты были проведены для исследования взаимосвязи диагностического признака  $\beta_T$  фазового портрета с параметрами  $b_T^{(1)}$  и  $b_T^{(2)}$  модели (1), (2). Построенная статистическая зависимость с высоким коэффициентом детерминации  $R^2 = 0,993$  описывается степенной функцией  $\beta_T = 1,0082\eta^{-0,4248}$ , где  $\eta = b_T^{(1)}/b_T^{(2)}$ .

Установлено также, что с коэффициентом корреляции  $r = 0,997$  параметр  $D$  фазового портрета связан с ограничением  $\varepsilon_0$ , налагаемым

на искажение амплитуд зубца  $R$  модели (1), (2), и эта зависимость может быть описана линейным уравнением регрессии  $D = 47,841\varepsilon_0 - 1,3172$ .

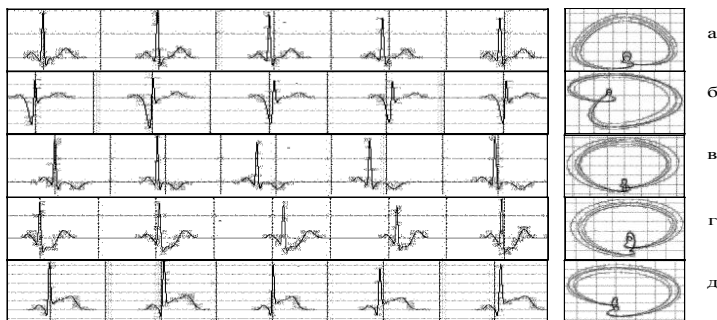


Рис. 2. Искусственные ЭКГ и соответствующие им фазовые портреты: (а) – нормальная ЭКГ; (б) – патологический зубец  $Q$ ; (в) – отрицательный зубец  $T$ ; (г) – депрессия сегмента  $ST$ ; (д) – элевация сегмента  $ST$

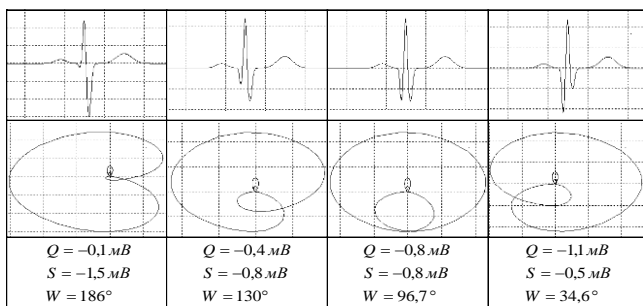


Рис. 3. Взаимосвязь угла ориентации  $W$  с амплитудами  $Q$  и  $S$

**Выводы.** Математическая модель (1), (2) позволяет генерировать искусственные ЭКГ с заданными амплитудно-временными характеристиками информативных фрагментов, которые практически не отличаются от реальных ЭКГ, наблюдаемых в условиях внутренних и внешних возмущений. Проведенные исследования с применением искусственно сгенерированных ЭКГ позволили установить тесную статистическую связь между диагностическими признаками фазового портрета и параметрами сигнала, представленного во временной области.

**Список литературы:** 1. *Файнзильберг Л.С.* ФАЗАГРАФ® – эффективная информационная технология обработки ЭКГ в задаче скрининга ишемической болезни сердца / *Л.С. Файнзильберг* // Клиническая информатика и телемедицина. – 2010. – Т. 6. – Вып. 7. – С. 22-30. 2. *Вайсман М.В.* Алгоритм синтеза имитационных электрокардиосигналов для испытания цифровых электрокардиографов / *М.В. Вайсман, Д.А. Прилуцкий, С.В. Селищев* // Электроника. – 2000. – № 4. – С. 21-24. 3. *Ладяев Д.А.*, Моделирование ЭКГ-сигнала / *Д.А. Ладяев, С.А. Федосин* // Информационные технологии моделирования и управления. – 2006. – № 6 (31). – С. 702-709. 4. *Белоцерковский О.М.* Способ кодирования данных ЭКГ в модели контурного и динамического анализа ЭКГ / *О.М. Белоцерковский, А.В. Виноградов, Э.Э. Галатян, А.С. Тарасов, С.В. Шебко* // Компьютер и мозг. Новые технологии. – М.: Наука, – 2005. – С. 241-255. 5. *Никифоров П.Л.* Модель электрокардиографического сигнала на основе совокупности колокольных импульсов / *П.Л. Никифоров* // Вестник молодых ученых. Сер. Техн. наук (Ru). – 1998. – № 1. – С. 64-68. 6. *Абрамов М.В.* Аппроксимации экспонентами временного кардиологического ряда на основе ЭКГ / *М.В. Абрамов* // Вестник кибернетики. – Тюмень: ИПСО СО РАН. – 2010. – № 9. – С. 85-91. 7. *Питин В.В.* Анализ динамических моделей и реконструкций ЭКГ при воздействии космо- и геофизических факторов / *В.В. Питин, М.В. Рагульская, С.М. Чибисов* // Междунар. журн. прикладных и фундаментальных исследований. – 2009. – № 5. – С. 17-24. 8. *Файнзильберг Л.С.* Компьютерный анализ и интерпретация электрокардиограмм в фазовом пространстве / *Л.С. Файнзильберг* // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2004. – № 1. – С. 32-46. 9. *Predescu D.* Microvolt T wave alternans (MTWA) – a new non-invasive predictor of sudden cardiac death. / *D. Predescu, P. Mitrut, A. Giuca* // Romanian Journal of Internal Medicine. – 2004. – Vol. 42. – №. 3. – P. 647-656. 10. *McSharry P.E.* A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals / *P.E. McSharry, G. Clifford, L. Tarassenko, L.A. Smith* // IEEE Transaction On biomedical Engineering. – 2003. – №. 3. – P. 289-294.

УДК 61.007+004.932.72

**Застосування математичного моделювання у дослідженні нового методу медичної діагностики / Файнзильберг Л.С., Беклер Т.Ю.** // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2011. – № 36. – С. 183 – 188.

У роботі розглядаються результати дослідження методу аналізу електрокардіограми (ЕКГ) у фазовому просторі на основі оригінальної математичної моделі породження сигналу в умовах внутрішніх та зовнішніх збурень. Отримано залежності між характеристиками фазового портрету ЕКГ та параметрами ЕКГ у часовому просторі. Іл.: 3. Бібліогр.: 10 назв.

**Ключові слова:** фазовий портрет електрокардіограми, модель породження сигналу.

UDC 61.007+004.932.72

**Using of mathematical modeling in the study of a new medical diagnostic technique / Fainzilberg L.S., Bekler T.J.** // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2011. – № 36. – P. 183 – 188.

In paper the results of study of method of analyzing electrocardiogram (ECG) in the phase space based on the original mathematical model of signal generation under conditions of internal and external disturbances are considered. Dependencies between the characteristics of the phase portrait of the ECG and ECG parameters in time domain are received. Figs.: 3. Refs.: 10 titles.

**Keywords:** phase portrait of electrocardiogram, model of signal generation.

*Поступила в редакцію 15.06.2011*