

ПОТОЧНА ОЦІНКА ДИСПЕРСІЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ ЗА ВИБІРКОЮ НЕЗАЛЕЖНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

О.А. Жуковська (НТУУ «КПІ»), І.В. Глушаускайте (НТУУ «КПІ»),
Г.А.Глушаускене (МННЦ ІТiС), Л.С.Файнзільберг (МННЦ ІТiС)

Важливим елементом системного аналізу складних систем є побудова адекватної математичної моделі системи та її подальший аналіз. При моделюванні ряду систем використовується модель випадкових процесів (наприклад, при моделюванні систем передачі інформації, управління випадковими потоками тощо). При статистичному аналізі таких систем необхідною ланкою є оцінка дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень [1-4].

Одна з істотних проблем при обробці реальних даних – неможливість приступити до обробки даних до здобуття всього масиву даних, що робить неможливим обчислення дисперсії в режимі он-лайн.

Рекурентні формули обчислення дисперсії [5] вирішують ряд цих проблем, проте при великому об'ємі вибірки рекурентне обчислення приводить до відомої проблеми накопичення помилок округлення, що виникають на кожному кроці при виконанні математичних операцій.

Оскільки на практиці часто необхідне здобуття поточної оцінки дисперсії випадкової величини у міру накопичення даних, то замість класичного співвідношення пропонується використовувати оцінку дисперсії у вигляді

$$\tilde{D}_n = \frac{1}{n - \Gamma(n)} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_i)^2,$$

де $\tilde{m}_i = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k$, $\Gamma(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \ln n + \gamma_0 + o(1) \approx \ln n + \gamma_0$ – часткова сума гармонійного ряду, а $\gamma_0 = 0,57721564\ 490\dots$ – постійна Ейлера-Маскероні.

Доводиться, що запропонована оцінка є незсуненою та сильно спроможною. Запропонована оцінка може бути використана при розв'язуванні практичних задач аналізу моделей випадкових процесів, коли треба прискорити оцінювання поточного значення дисперсії випадкової величини по мірі накопичення незалежних даних.

1. Reza A. Soltani, Moeanaddin R. On Dispersion of Stable Random Vectors and Its Application in the Prediction of Multivariate Stable Processes // Journal of Applied Probability.– 1994.– Vol. 31.–No. 3.– P. 691-699.
2. Brick, J.M., Morganstein, D. WesVarPC: Software for Computing Variance Estimates from Complex Designs // Proceedings of the 1996 Annual Research Conference.– 1996: Washington, U.S. Bureau of the Census. – P. 861-866
3. Kagan A., Shepp L.A. Why the variance? // Statistics and Probability Letters. – 1998. – 38, N4. – P.329-333.
4. Wolter K.M. Introduction to variance estimation. – 2007.– New York : Springer Verlag.– 449 P.
5. Knuth D.E. The art of Computer Programming. Vol.2.Seminumerical Algorithms, 3rd edn. – Boston: Addison-Wesley, 1998. – 565 p.